

İKİNCİ DERECEDEKİ FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİNE YÖNELİK 11. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ENSTRÜMENTAL OLUŞUM SÜRECİNİN İNCELENMESİ

INVESTIGATION OF THE PROCESS OF INSTRUMENTAL GENESIS OF 11TH GRADE STUDENTS ON THE GRAPHS OF QUADRATIC FUNCTIONS

Zeynep TOK

Milli Eğitim Bakanlığı, drnzeynep@gmail.com

Bursa / Türkiye

ORCID: 0000-0001-5244-0321

Doç. Dr. Menekşe Seden TAPAN BROUTIN

Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi, tapan@uludag.edu.tr

Bursa / Türkiye

ORCID: 0000-0002-1860-852X

Doç. Dr. Çiğdem ARSLAN

Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi, arslanc@uludag.edu.tr

Bursa / Türkiye

ORCID: 0000-0001-7354-8155

Özet

Fonksiyon kavramı matematiğin önemli ve temel kavramlarından biridir. Matematik eğitiminde öğrenme süreçleri karmaşık bir yapıya sahiptir. Enstrümental teori, bu karmaşıklığı dikkate alarak bu öğrenme süreçlerinin analizini sağlayan teorik bir yaklaşımdır. Alan yazındaki çalışmalar teknolojik araç kullanımı ile oluşturulan eylem şemalarını incelerken, bu çalışma ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin köklerinin araç olarak kullanılmasını incelemesi bakımından farklılaşmaktadır. Bu çalışmanın amacı, ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin köklerinin araç olarak kullanımı ile ikinci dereceden fonksiyonların grafiklerinde ortaya çıkan enstrümanlı eylem şemalarının incelenmesidir. Araştırmanın uygulaması, 2021-2022 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde Düzce ili Merkez ilçesindeki bir devlet lisesinin on birinci sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilmiştir. Katılımcılar kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemi kullanılarak belirlenmiştir. Araştırmada nitel araştırma yöntemi benimsenmiştir ve durum çalışması deseni kullanılmıştır. İkinci dereceden fonksiyonların grafiğini içeren beş adet sorudan oluşan çalışma yaprağı ve yarı yapılandırılmış görüşme tekniği veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Çalışma yaprağı 52 öğrenciye uygulanmış ve çalışma yaprağı uygulamasını gerçekleştiren öğrencilerden altısı ile yarı yapılandırılmış görüşme yapılmıştır. Çalışma yapraklarından ve yarı yapılandırılmış görüşmelerden elde edilen veriler öncelikle betimsel analize tabi tutulmuştur.

Betimsel analiz sonucunda katılımcıların çalışma yaprağındaki beş adet soruya verdikleri cevaplar altı adet kategoride incelenmiştir. Bu kategoriler, doğru cevap, yanlış cevap, eksik cevap, alakasız/ilgisiz cevap, tutarsız bilgi/formül ve boş şeklindedir. Öğrencilerin, soruların çözümünü analiz etmek için içerek analizi yöntemi kullanılarak öğrencilerin enstrümanlı eylem şemaları tespit edilmeye çalışılmıştır. Çalışma yapraklarının analizi ile elde edilen bulgular sonucunda, doğru cevap, yanlış cevap, eksik cevap ve tutarsız bilgi/formül kategorileri altındaki kodlarda ikinci dereceden denklemin köklerinin, öğrenciler tarafından soruların çözüm sürecinde kullanıldığı tespit edilmiştir. İkinci dereceden fonksiyonların grafiklerinde ortaya konulan enstrümanlı eylem şemalarının tüm katılımcılar için benzerlik gösterdiği belirlenmiştir. Yarı yapılandırılmış görüşmelerden elde edilen verilerin analizi sonucunda ise soruların farklı tarz ve şekillerde sorulmasının çözüm yollarında kullanılan enstrümanlı eylem şemalarını değiştirmedeği tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Denklem kökleri, İkinci dereceden fonksiyonlar, Enstrümantal oluşum, Enstrümanlı eylem şemaları

Abstract

One of the basic concepts of mathematics education is the concept of function. Learning processes in mathematics education have a complex structure. Instrumental theory is a theoretical approach that provides the analysis of these learning processes, taking into account the complexity. While the studies in the literature examine the action schemes created by the use of technological tools, this study differs in that it examines the use of the roots of a quadratic equation as a tool. The aim of this study is to examine the instrumental action schemes that appear in the graphs of the quadratic functions by using the roots of the quadratic equation with one unknown as a tool. The implementation of the research was carried out with eleventh-grade students of a public high school in the central district of Düzce province in the spring term of the 2021-2022 academic year. Participants were determined using the easily accessible sampling method. In the research, qualitative research method was adopted and case study design was used. A worksheet consisting of five questions containing the graph of quadratic functions and semi-structured interview technique were used as data collection tools. The worksheet was applied to 52 students and semi-structured interviews were conducted with six of the students who performed the worksheet application. The data obtained from the worksheets and semi-structured interviews were first subjected to descriptive analysis. As a result of the descriptive analysis, six categories were created based on the answers given by the participants to the five questions on the worksheet. These categories are correct answer, incorrect answer, incomplete answer, irrelevant/indifferent answer, inconsistent information/formula, and blank. In order to analyze the solution of the questions, the instrumented action schemes of the students were tried to be determined by using the content analysis method. As a result of the findings obtained by the analysis of the worksheets, it was determined that the roots of the quadratic equation were used by the students in the solution process of the questions in the codes under the categories of correct answer, incorrect answer, incomplete answer and inconsistent information/formula. It was determined that the instrumented action schemes presented in the graphs of the quadratic functions were similar for all participants. As a result of the analysis of the data obtained from the semi-structured interviews, it was determined that asking the questions in different styles and forms did not change the instrumented action schemes used in the solutions.

Keywords: Roots of the equation, Quadratic functions, Instrumental genesis, Instrumented action schemes

1. GİRİŞ

Fonksiyon kavramı matematiğin önemli ve temel kavramlarından biridir. Fonksiyonlar ve grafikleri matematiği anlamlandırmada önemli bir konuma sahiptir (Kutluca ve Baki, 2013). İkinci dereceden fonksiyonlar ortaöğretim müfredatında yer almaktadır ve fonksiyonların özel bir durumudur. Ortaöğretim sürecinde fonksiyon kavramı bağımsız bir konu olarak öğretilmekte ve kavram matematiksel anlamı itibariyle derinlemesine incelenmektedir. Ortaöğretimin ilk yıllarında fonksiyon kavramının temel özellikleri farklı temsiller üzerinden ifade edilirken sonraki yıllarda konu kendi içerisinde özelleşmekte ve ikinci dereceden fonksiyonlar, trigonometrik fonksiyonlar, üstel ve logaritmik fonksiyonlar gibi farklı başlıklar altında incelenmektedir (MEB, 2018). Lisans seviyesinde ise matematik, fizik ve mühendisliğin farklı alanlarında öğrenim gören öğrenciler ortaöğretim sürecinde edinmiş oldukları fonksiyon bilgilerini geliştirme fırsatı bulmakta ve kavramı ileri düzey matematik konularının öğrenimi için bir araç olarak kullanmaktadırlar (Bayazit ve Aksoy, 2013).

İkinci dereceden fonksiyonlar ve grafikleri ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde; bilgisayar destekli ortamlarda yapılan öğretimler (Kutluca & Zengin, 2011; Kutluca & Baki, 2013), ikinci dereceden fonksiyonlar konusuna yönelik öğrencilerin tutumları (Kutluca, 2015), parabol kavramının soyutlanma sürecinin incelenmesi (Kobak Demir & Gür, 2020), parabol kavramının geometrik temsil ile cebirsel temsil arasındaki ilişkinin incelenmesi (Kabaca & Gaye Contay & İymen; 2011), ortaöğretim öğrencilerinin fonksiyon grafiklerini çizebilmelerinin incelenmesi (Tekin, Konyalıoğlu & Işık, 2009), sınıf öğretmenleri adaylarına uygulanan ikinci dereceden fonksiyonların grafik çizimlerinin incelenmesi (Baki, Şahin & Türkdoğan, 2010) şeklindeki araştırmalar dikkat çekmektedir.

Türkiye’de öğrenciler fonksiyon kavramı ile Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı 10. sınıf Sayılar ve Cebir konu başlığı altındaki kazanımlar doğrultusunda fonksiyon kavramı ve gösterimi, fonksiyon çeşitleri, fonksiyonlarla ilgili problemler, fonksiyonların grafikleri, bileşke fonksiyon ve bir fonksiyonun tersi kazanımlarına yönelik öğretim almaktadırlar. Konunun devamında ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler kazanımı ile denklemin kökü, diskriminant kavramlarını öğrenmektedirler. 11. sınıf ders programındaki Sayılar ve Cebir konu başlığındaki fonksiyonlarda uygulamalar konusunda ikinci dereceden fonksiyonlar ve grafikleri kazanımı ile fonksiyonların özel durumu olan ikinci dereceden fonksiyonlar ve grafikleri ile fonksiyon kavramının öğreniminin devamı sağlanmaktadır (MEB, 2018).

Matematik kavramlarının derinlemesine anlaşılmasında, kavramın farklı temsillerde gösterilebilmesi ve bu gösterimler arasında ilişkiler kurulabilmesi anahtar rol oynamaktadır (NCTM, 2000). Bu bağlamda fonksiyonların grafiklerinin incelenmesi ve grafiklerin oluşturulma sürecindeki araçların incelenmesi önem kazanmaktadır. Enstrümantal oluşum teorisi bu sürecin analizinin yapılmasını sağlayan teorik bir çerçevedir. Enstrümantal oluşum teorisi, Vygotsky’nin araç kullanımı ile ilgili görüşlerinden etkilenecek şekilde şekillenmiş ve Verillon ve Rabardel (1995) tarafından ortaya atılmıştır. Enstrümantal oluşum teorisinin temeli araç ve enstrüman ayrımına dayanmaktadır. Araç bir görevi yerine getirme sürecinde bireyi destekleyecek her türlü somut ya da soyut nesnedir (Özdemir Erdoğan, 2016). Enstrüman, eylemi yerine getiren kişi ile eylemin dayandığı araç arasında aracı bir dünya olarak kabul edilmesidir (Rabardel, 1995). Enstrüman, araç ve şema ilişkisi Drijvers ve Trochu (2008) tarafından şu şekilde ifade edilmektedir:

Enstrüman = [Araç (ya da aracın bir parçası)] + [Şema (bir görev tipi için)]

Bir aracın enstrümana dönüştüğü karmaşık sürece enstrümantal oluşum (enstrümantal genesis) denir. Enstrümantal oluşum, aracın kullanımı ile ilgili şemaların oluştuğu enstrümantalizasyon ve görevi yerine getirmek için kişi tarafından bilişsel şemaların geliştirildiği enstrümantasyon süreçlerinden oluşan çift taraflı bir süreçtir (Trousche, 2004).

Enstrümantal oluşum sürecini daha iyi anlayabilmek için şema kavramına bakıldığında şema; az çok sabit olan verilen görev türü için aracın kullanım şeklini destekleyen kavramlar ve yetenekleri içeren bir zihinsel organizasyon olarak düşünülebilmektedir. İki tür şema söz konusudur: kullanım şemaları (usage schemes) ve enstrümanlı eylem şemaları (instrumented action schemes). Kullanım şemaları, tekniği ve kavramları birleştirir ve düşünme ile eylem arasındaki iletişimi sağlar. Enstrümanlı eylem şemaları ise kullanım şemalarının gözlenen kısımları olarak kabul edilir ve enstrümanlı eylem şemaları kullanım şemalarını da içinde barındırmaktadır (Özdemir Erdoğan, 2016).

Matematik eğitiminde öğrenme süreçleri karmaşık bir yapıya sahiptir. Enstrümantal oluşum teorisi bu karmaşıklığı dikkate alarak öğrenme süreçlerinin analizini mümkün kılan bir teori olarak karşımıza çıkmaktadır. Enstrümantal teori sayesinde teknolojik araçların kullanım teknikleri, klasik ortamda gerçekleştirilen çalışma teknikleri ve öğrenenlerin kavramsal anlamaları arasındaki etkileşimin incelenmesine olanak sağlamaktadır. Enstrümanlı teknikler ile öğrencilerdeki şemaları ve şemaların gelişimini bu teori çerçevesi ile incelemek mümkündür. Enstrümantal oluşum teorisi matematik eğitimi alanında sadece teknolojik araçlarla yapılan öğrenim ve öğretim süreçlerinin analizinde değil tüm matematiksel araçların kullanımı ile oluşan çalışmaların incelenmesi açısından kuramsal bir teoridir (Özdemir Erdoğan, 2016).

Enstrümantal oluşum teorisi matematik eğitimi alanında birçok araştırmacı (Artigue, 2002; Drijvers & Gravememeijer, 2005; Guin & Trouche, 1999; Ruthven, 2002) tarafından araç kullanımını içeren ortamlarda öğrencilerin öğrenmelerini incelemiştir. Ulusal araştırmalar (Özkale, 2022; Özkale & Özdemir Erdoğan, 2021; Gürhan, 2020; Deniz, 2016; Dur, 2016) enstrümantal oluşum teorisi ile öğrencilerin öğrenmelerindeki enstrümanlı eylem şemalarını incelemiştir. Alan yazında rastlanan çalışmalar teknolojik araç kullanımı ile oluşturulan eylem şemalarını incelerken, bu çalışma ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin köklerinin araç olarak kullanımını incelemesi bakımından farklılaşmaktadır. Çalışma, ortaöğretim matematik eğitimindeki temel konulardan olan fonksiyon kavramını içermesi ve ileri düzeyde ikinci dereceden fonksiyonlar ve grafiklerindeki kullanım şemalarının ortaya çıkarılması açısından önemlidir.

Bu çalışmada, ikinci dereceden fonksiyonlar ve grafikleri konusundaki ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin köklerinin araç olarak kullanımı ile 11. sınıf öğrencilerinin ortaya çıkan enstrümanlı eylem şemalarının incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu bağlamda çalışmanın problemi “İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin köklerinin araç olarak kullanımı ile 11. sınıf öğrencilerinin ikinci dereceden fonksiyonların grafiği konusunda ortaya çıkan enstrümanlı eylem şemaları nelerdir?” şeklindedir. Bu probleme bağlı olarak alt problemler şu şekildedir:

İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin kökleri ortaöğretim programında hangi amaçlar doğrultusunda kullanılmaktadır?

İkinci dereceden fonksiyonlar ve grafiklerinde 11. sınıf öğrencilerinin enstrümanlı eylem şemaları nelerdir?

2. YÖNTEM

2.1. Araştırmanın Modeli

Bu araştırmanın amacı ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin kökleri aracılığıyla 11. sınıf öğrencilerinin oluşturduğu enstrümanlı eylem şemalarının incelenmesi olduğundan, araştırma nitel araştırma yaklaşımı benimsenmiştir. Çalışma nitel araştırma desenlerinden, durum çalışması olarak desenlenmiştir. Creswell'e göre (2013) durum çalışması, güncel sınırlı bir durum ya da belli zaman içerisindeki sınırlandırılmış durumlar hakkında çoklu bilgi kaynaklarının aracılığıyla derinlemesine bilginin toplandığı nitel bir yaklaşımdır. Katılımcıların, ikinci dereceden fonksiyonlar ve grafikleri konusunda sınırlı olduğu ve enstrümanlı eylem şemalarının derinlemesine incelenmesi amaçlandığından dolayı durum çalışması deseni tercih edilmiştir.

2.2. Katılımcılar

Araştırma 2021-2022 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde, Düzce ilinin Merkez ilçesindeki bir devlet lisesinde 52 katılımcıdan oluşan 11.sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın yürütüldüğü okul sosyo-ekonomik durumu düşük-orta düzeydeki bir bölgede yer almaktadır. Katılımcılar seçilirken kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Bu örnekleme yöntemi araştırmacıya yakın olan, ulaşımına kolay, araştırmaya hız ve pratiklik kazandıran yöntemdir (Yıldırım & Şimşek, 2008). Araştırmacı, katılımcıların matematik branşı ders öğretmeni olduğu için katılımcıların seçiminde kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemi tercih edilmiştir. Uygulama öğretim programını aksatmayacak şekilde araştırma konusunun öğretiminin sonunda öğrencilere uygulanmıştır. Katılımcılar araştırmaya gönüllülük esasına göre katılmışlardır. Öğrencilerin matematik dersi ders başarı ortalamalarına bakıldığında düşük ve orta seviye olduğu tespit edilmiştir.

2.3. Verilerin Toplanması ve Analizi

İkinci dereceden denklemlerin köklerinin araç olarak kullanılan bu çalışmada, öğrencilerin enstrümanlı eylem şemalarının belirlemek için hazırlanan çalışma yaprağındaki sorular Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (2018): "11.3.2.1. İkinci dereceden bir değişkenli fonksiyonun grafiğini çizerek yorumlar." kazanımı ve Milli Eğitim Bakanlığı tarafından okullarda dağıtılan ders kitabı doğrultusunda araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Uzmanların görüşleri doğrultusunda gerekli düzenlemeler yapılmış olup beş sorudan oluşan ikinci dereceden fonksiyonlar ve grafiklerini içeren çalışma yaprağı soruları hazırlanmıştır.

11. sınıf konuları arasında yer alan 'İkinci Dereceden Fonksiyonlar ve Grafikleri' konusunun öğretiminden hemen sonra bir ders saati (40 dakika) sürecinde, sınıf ortamında çalışma yaprağındaki sorular katılımcılara uygulanmıştır. Verilerin toplanması sürecinde araştırmacı tarafından doğal gözlem yapılmıştır.

Öğrencilerin ikinci dereceden fonksiyonlar ve grafiklerindeki enstrümantal eylem şemalarının oluşum sürecine dair elemanları tespit etmek için yarı yapılandırılmış görüşme tekniği kullanılmıştır. Bu teknik ile görüşmeci, önceden hazırladığı konu ve alanlara sadık kalarak soruları sorma ve bu sorular kapsamında daha ayrıntılı bilgileri ek soru sorarak elde etme özgürlüğüne sahiptir (Yıldırım & Şimşek, 2008). Yarı yapılandırılmış görüşme verileri, görüşme formları aracılığı ile elde edilmiştir. Görüşme formunda beş adet soru bulunmaktadır. Sorular çalışma yaprağındaki beş soru için sorunun çözüm şeklinin neden bu şekilde çözüldüğü ve farklı bir çözüm yolu ile çözülebileceğini sorgulamaktadır. Görüşme süreci ses kayıt cihazı ile kayıt altına alınmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşme ve çalışma yaprağındaki sorular öncelikle betimsel analize tabi tutulmuştur. Cevap kâğıtlarındaki çözümlere bakıldığında kategoriler betimsel analiz yöntemi ile belirlenmiştir. Öğrencilerin, soruların çözümünü analiz etmek için içerik analizi yöntemi kullanılarak kategorilere ait kodlar elde edilmiştir. Verilerin kavramsallaştırılması ve temalar kanalı ile kavramlar arasındaki anlamlı örüntülerin açıklanması, analiz sürecinin temelini oluşturur (Yıldırım & Şimşek, 2008). Veri toplama süreci sonunda elde edilen veriler analiz edilerek kategoriler, kodlar oluşturulmuş ve tablolatırılmıştır.

Araştırmanın geçerlilik ve güvenilirliğini sağlamak için gerekli şartlar sağlanmıştır. Nitel araştırmalarda farklı veri kaynaklarından bir kodu veya kategoriye belgelendirmek için kanıt sunduklarında bilgiyi üçgenlemekte ve bulgularına geçerlilik sağlamaktadır (Creswell, 2013). Bu çalışmada veri toplama aracı olarak, çalışma yaprakları, yarı yapılandırılmış görüşme ve gözlem veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Veri toplama araçlarının geçerliliği için alanında uzman iki öğretim üyesinin görüşlerine başvurulmuş ve geri bildirimleri sonrasında gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Görüşmeler ses kayıt cihazına alınarak güvenilirliği sağlanmıştır. Elde edilen kod ve kategori oluşturma işlemlerinin güvenilirliğini sağlamak için alanında uzman bir öğretim üyesinin görüşlerine başvurulmuştur. Araştırma etiği kapsamında katılımcı öğrencilerin isimleri kullanılmamış olup Ö1,Ö2,Ö3,... şeklinde adlandırılmıştır.

3. BULGULAR

Araştırmanın bulguları, ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin köklerinin ortaöğretim programındaki yeri ve kazanımları, çalışma yapraklarının incelenmesi ve görüşmelerin analizlerini içeren üç bölüm halinde sunulmuştur.

3.1. İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemlerin Ortaöğretim Programındaki Yeri ve Kazanımları

Onuncu sınıf matematik dersi ortaöğretim programının sayılar ve cebir öğrenme alanı ikinci dereceden denklemler alt öğrenme alanında, ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler konusu şeklinde yer almaktadır. Bu konunun kazanımları “1. İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramını açıklar. 2. İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözer. 3. Bir karmaşık sayının $a+ib$ ($a,b \in \mathbb{R}$) biçiminde ifade edildiğini açıklar. 4. İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin kökleri ile katsayıları arasındaki ilişkileri kullanarak işlemler yapar.” (MEB, 2018) şeklindedir.

On birinci sınıf matematik dersi ortaöğretim programının sayılar ve cebir öğrenme alanı fonksiyonlarda uygulamalar alt öğrenme alanında, ikinci dereceden fonksiyonlar ve grafikleri konusunda ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler bu konunun uygulaması olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu konuya ait kazanım ve açıklamaları “1. İkinci dereceden bir değişkenli fonksiyonun grafiğini çizerek yorumlar. a) Fonksiyonun grafiğinin tepe noktası, eksenleri kestiği noktalar ve simetri eksenini buldurulur. b) Fonksiyonun grafiğinin tepe noktası ile fonksiyonun en küçük ya da en büyük değeri ilişkilendirilir. c) Fonksiyonun katsayılarındaki değişimin, fonksiyonun grafiği üzerine etkisi bilgi ve iletişim teknolojilerinden yararlanılarak yorumlanır. ç) Biri tepe noktası olmak üzere iki noktası verilen veya biri y ekseninde olmak üzere üç noktası verilen ikinci dereceden fonksiyon oluşturulur. d) Bir doğru ile bir parabolün birbirine göre durumları incelenir. 2. İkinci dereceden fonksiyonlarla modellenen problemleri çözer.” (MEB, 2018) şeklindedir.

3.2. Çalışma Yapraklarının İncelenmesi

Veri toplama aracı olarak kullanılan çalışma kağıdındaki birinci soruda öğrencilerden ikinci dereceden bir fonksiyonun eksenleri kestiği noktayı bulmaları istenmiştir. Öğrencilerin çözümlerinin analizinden elde edilen bulgular Tablo 1’ de verilmiştir.

Tablo 1. Birinci Soruya Ait Kategori-Kod Frekans Tablosu

Kategori	Kod	Frekans
Doğru cevap	Çapanları ayırma	7
	Çarpanları yanlış ayırma	9
Yanlış cevap	Grafikte yanlış gösterme	1
	X-eksenini kestiği noktaları bulup, y-eksenini kestiği noktayı yanlış bulma	1
	X-eksenini kestiği noktaları bulup, y-eksenini kestiği noktayı bulmama	14
Eksik cevap	Y-eksenini kestiği noktaları bulup, x-eksenini kestiği noktayı bulmama	2
	Noktaları bulup, koordinat gösterememe	5
	Fonksiyon ekleme	1
Alakasız/İlgisiz Cevap	Farklı şekil çizme	1
	Fonksiyon üzerinde değişiklik yapma	3
Tutarsız Bilgi/Formül	Tepe noktası formülünü kullanma	5
	Konu ile ilgili bütün formülleri kullanma	1
Boş		
Toplam		52

Tablo 1'e bakıldığında birinci soruya ait doğru cevap, yanlış cevap, eksik cevap, alakasız/ilgisiz cevap, tutarsız bilgi/formül ve boş kategorileri ile ilişkilendirilen cevaplar elde edilmiştir. Öğrencilerin soruyu doğru çözmek için kullandıkları yöntemlerden, ikinci dereceden denklemin kökünü çarpanlara ayırma yöntemi kullanan 7 öğrenci soruyu doğru çözmüştür. Yanlış cevaptaki kodlar ise çarpanları yanlış ayırmadan kaynaklandığı görülmektedir. En fazla frekansa sahip eksik cevap kategorisinde 14 öğrencinin eksenleri kestiği noktaları sadece x- eksenini olarak gördüğü fark edilmiştir. Öğrencilerin verdikleri cevaplardan örnekler aşağıda verilmiştir.

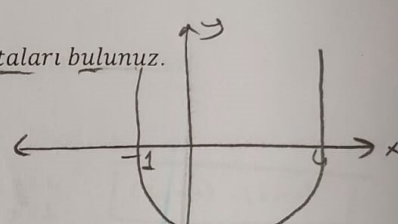
1. $f: R \rightarrow R$ tanımlı bir fonksiyon olsun.
 $y = f(x) = x^2 - 3x - 4$ fonksiyonunun eksenleri kestiği noktaları bulunuz.

$$\begin{array}{l} x=0 \quad y=-4 \\ y=0 \quad 0 = x^2 - 3x - 4 \\ \quad \quad \quad \begin{array}{r} x \quad -4 \\ x \quad +1 \\ (x-4) \cdot (x+1) = 0 \end{array} \end{array}$$

$(0, -4)$
 $(4, 0)$
 $(-1, 0)$

Şekil 1. Doğru Cevap Örneği

1. $f: R \rightarrow R$ tanımlı bir fonksiyon olsun.
 $y = f(x) = x^2 - 3x - 4$ fonksiyonunun eksenleri kestiği noktaları bulunuz.

$$\begin{array}{l} x \quad -4 \\ x \quad +1 \\ (x-4) \cdot (x+1) = 0 \\ x = 4 \quad x = -1 \end{array}$$


Şekil 2. Eksik Cevap Örneği

Çalışma kağıdındaki ikinci soruda öğrencilerden ikinci dereceden bir fonksiyonun doğru ile birilerine göre durumunun incelenmesi istenmiştir. Öğrencilerin çözümlerinin analizinden elde edilen bulgular Tablo 2' de verilmiştir.

Tablo 2. İkinci Soruya Ait Kategori-Kod Frekans Tablosu

Kategori	Kod	Frekans
Doğru cevap	Ortak çözüm denkleminde diskriminantın sıfıra eşit olması	1
	Kök bulma	2
Yanlış cevap	İkinci dereceden fonksiyonun diskriminantını kullanma	1
	Ortak çözüm denklemine ulaşamama	7
	İşlemsel eksiklik	8
Eksik cevap	Diskriminantı sıfıra eşitleme	1
	Ortak çözüm denklemine ulaşip, k yı bulmama	5
Alakasız/İlgisiz Cevap	Eşitsizlik konusu ile ilişkilendirme	1
	Denklemden değişiklik yapma	4
	Değerler verme	1
	Eksenleri kestiği noktaları bulma	2
Tutarsız Bilgi/Formül	Tepe noktası formülünü kullanma	2
	Diskriminant hakkında bilgi verme	1
	Noktaları birbiri yerine yazma	8
Boş		8
Toplam		52

Tablo 2'ye bakıldığında ikinci soruya ait doğru cevap, yanlış cevap, eksik cevap, alakasız/ilgisiz cevap, tutarsız bilgi/formül ve boş kategorileri ile ilişkilendirilen cevaplar elde edilmiştir. Bir öğrencinin soruyu doğru bir şekilde çözdüğü, 8 öğrencinin soruyu boş bıraktığı, 8 öğrencinin de işlemsel eksiklikten sorunun doğru cevabına ulaşamadığı görülmektedir.

2. $y = -x^2 + 3x + k$ parabolü ile $y = x - 2$ doğrusu birbirine teğet olduğuna göre k değeri kaçtır?

$$-x^2 + 3x + k = x - 2$$
$$-x^2 + 3x + k - x + 2 = 0$$
$$-x^2 + 2x + k + 2 = 0$$
$$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$
$$2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (k + 2)$$
$$4 + 4 \cdot k + 2 = 0$$
$$8 \cdot k + 2 = 0$$
$$k = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}$$
$$k = 4$$

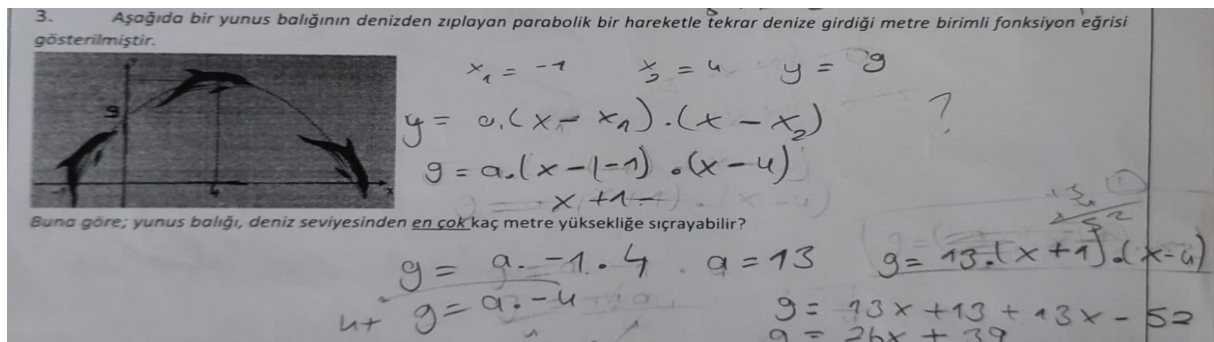
Şekil 3. Yanlış Cevap Örneği

Üçüncü soruda öğrencilerden ikinci dereceden bir fonksiyonun simetri eksenini yardımıyla bilinmeyen kökünün bulunması, denklemin yazılarak en büyük değerinin bulunması istenmiştir. Öğrencilerin çözümlerinin analizinden elde edilen bulgular Tablo 3' de verilmiştir.

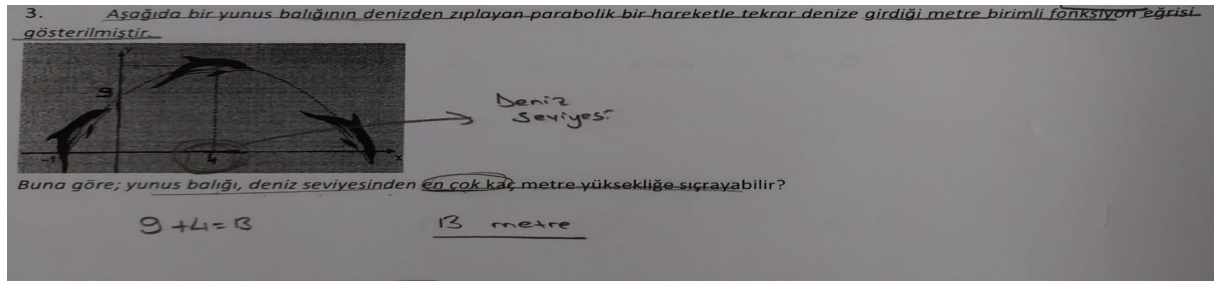
Tablo 3. Üçüncü Soruya Ait Kategori-Kod Frekans Tablosu

Kategori	Kod	Frekans
Doğru cevap	Denklemin köklerin orta noktasının simetri eksen bilgisi	1
	Fonksiyonunun denklemini yanlış yazma	1
Yanlış cevap	Tepe noktasının apsisini kök olarak alma	7
	Şekil üzerinden bilinmeyenlere ulaşip denklemi yazmama	1
Eksik cevap	Şeklin aynısını çizme	1
	Keyfi fonksiyon yazma	5
Tutarsız Bilgi/Formül	X-eksenine göre simetriğini çizme	1
	Keyfi cevap yazma	12
	Boş	23
Toplam		52

Tablo 3'ye bakıldığında üçüncü soruya ait doğru cevap, yanlış cevap, eksik cevap, alakasız/ilgisiz cevap, tutarsız bilgi/formül ve boş kategorileri ile ilişkilendirilen cevaplar elde edilmiştir. Tablo incelendiğinde dikkat çeken nokta 23 öğrencinin soruyu boş bırakmasıdır. Simetri eksenini ile kökler arasındaki ilişkiyi öğrencilerin kuramadığı görülmektedir. Yanlış cevap kategorisinde tepe noktasının apsisini kök kabul eden öğrenci sayısı 7'dir. 12 öğrenci soruyu boş bırakmadıkları ama tutarsız bilgi/ cevap kategorisinde keyfi cevaplar verdiği görülmektedir.



Şekil 4. Yanlış Cevap Örneği



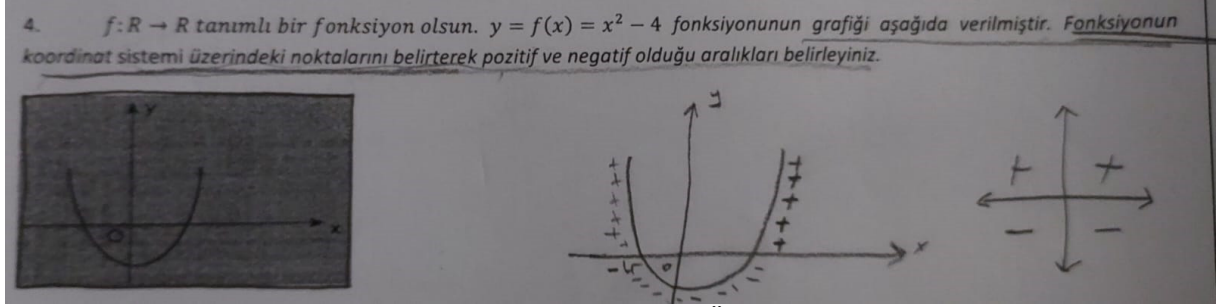
Şekil 5. Tutarsız Bilgi/Formül Örneği

Dördüncü soruda öğrencilerden ikinci dereceden fonksiyonun pozitif ve negatif olduğu aralıkları belirtmeleri istenmiştir. Öğrencilerin çözümlerinin analizinden elde edilen bulgular Tablo 4’ de verilmiştir.

Tablo 4. Dördüncü Soruya Ait Kategori-Kod Frekans Tablosu

Kategori	Kod	Frekans
Doğru cevap	X-eksenini kestiği noktalar bulunarak, aralıkları yazma	5
	İşaret tablosu yaparak aralıkları yazma	2
	Eksenleri kesilen noktaları gösterip, aralıkları yanlış yazma	3
	Noktaları yanlış ifade verip, aralıkları doğru yazma	5
	Hem noktaları hem de aralıkları yanlış yazma	1
Yanlış cevap	Aralıklara y- eksenindeki noktayı ekleme	3
	Pozitiflik-negatiflik durumunu sayı doğrusundaki gibi ifade etme	4
	Eksenleri kesilen noktaları yanlış yazma	3
Eksik cevap	Şekil üzerinden pozitif ve negatif bölgeleri belirterek, aralıkları yazmama	9
	Kökleri bulup, aralıkları yazmama	3
Alakasız/İlgisiz Cevap	Keyfi aralıklar ifade etme	1
	Keyfi şekil çizme	1
	Fonksiyon üzerinde değişiklik yapma	2
Tutarsız Bilgi/Formül	Fonksiyonu eşitsizlik şeklinde ifade etme	1
	Tepe noktasını bulma	1
Boş		8
Toplam		52

Tablo 4'ye bakıldığında dördüncü soruya ait doğru cevap, yanlış cevap, eksik cevap, alakasız/ilgisiz cevap, tutarsız bilgi/formül ve boş kategorileri ile ilişkilendirilen cevaplar elde edilmiştir. Doğru cevap veren 7 öğrencinin 5'i x eksenini kesen noktaları bularak aralıkları yazarken, 2 öğrencinin işaret tablosu yaparak köklerin işaretlerini inceleyerek aralıkları yazdığı görülmüştür. Eksik cevap kategorisinde 9 öğrencinin aralıklara yazmadan fonksiyonun grafiği üzerinde pozitif ve negatif olduğu kısımlarını belirlemektedir.



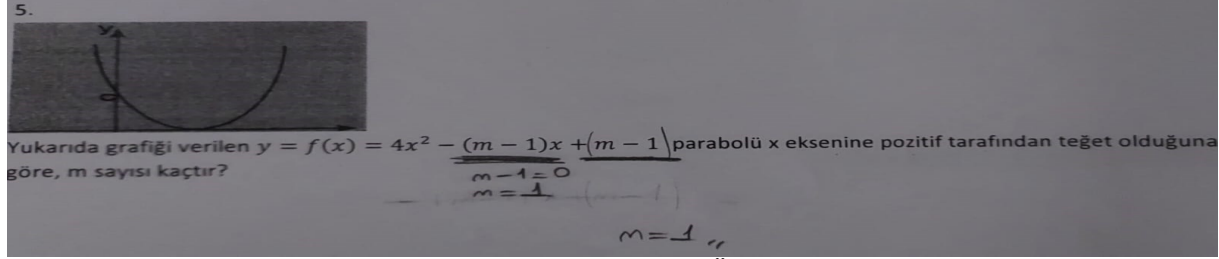
Şekil 6. Eksik Cevap Örneği

Beşinci soruda öğrencilerden ikinci dereceden fonksiyonun x eksenine pozitif tarafta teğet olma durumunda bilinmeyen değeri bulmaları istenmiştir. Öğrencilerin çözümlerinin analizinden elde edilen bulgular Tablo 5' de verilmiştir.

Tablo 5. Beşinci Soruya Ait Kategori-Kod Frekans Tablosu

Kategori	Kod	Frekans
Doğru cevap	Diskriminantı sıfıra eşitleyip m değerini bulma	1
Yanlış cevap	Diskriminantın sıfır olduğunu belirtip, m değerini yanlış bulma	6
	İkinci dereceden fonksiyonların genel denkleminde b değerini sıfıra eşitleme	12
	Tepe noktasını sıfıra eşitleme	1
Alakasız/İlgisiz Cevap	Keyfi değer verme	5
	Fonksiyon üzerinde değişiklik yapma	8
	Simetriğini çizme	1
	Teğet olan noktadan doğru çizip, denklem yazma	1
Tutarsız Bilgi/Formül	Tepe noktasını kullanma	1
Boş		16
Toplam		52

Tablo 5’ye bakıldığında beşinci soruya ait doğru cevap, yanlış cevap, alakasız/ilgisiz cevap, tutarsız bilgi/formül ve boş kategorileri ile ilişkilendirilen cevaplar elde edilmiştir. 16 öğrencinin soruyu boş bıraktığı, 1 öğrencinin soruya doğru cevap verdiği görülmüştür. Yanlış cevap kategorisinde 12 öğrencinin ikinci dereceden fonksiyonun genel denkleminde b değerini sıfıra eşitlediği görülmüştür.



Şekil7. Yanlış Cevap Örneği

3.3. Yarı Yapılandırılmış Görüşmelere Dair Bulgular

Altı katılımcı ile gerçekleştirilen görüşmeler sonucunda elde edilen bulgular Tablo 6’ da sunulmuştur.

Tablo 6. Görüşmelere Ait Kategori Kod Tablosu

Kategori	Kod	Koda Ait Örnekler
Çözüm yolları	Denklemin kökünü çarpanlara ayırarak bulma	Ö3: : x kare değerlerini çarpanlarına ayırdım,-4 değerini de çarpanlarına ayırarak toplamı -3 olacak şekilde ayırdım. çarpanlarına ayırarak köklerini bulmuş oldum.
	Diskriminatı sıfıra eşitleme	Ö2: Teğet olduğunu söylediği için biz biliyoruz ki Delta eşittir 0 olması gerekir. Buradan hareketle soruyu çözmeye başladım.
	Denklemin köklerin orta noktasının simetri	Ö2: Soruya ilk başladığımda eksik bilgi varmış gibi hissettim. Ne yapacağımı bilemedim. dikkatli bakınca hatırladım Tepe noktası orta noktası oluyor. köklere eşit mesafede oluyor. O yüzden diğer kökü 9 buldum.
	Denklemin köklerini kullanarak aralık yazma	Ö3: : Eksenleri kestiği noktaları buldum, denklemin köklerini buldum. Birini 2 diğerini de -2 olarak buldum. Eksi sonsuz -2 ye kadar pozitif oluyor, 2 den artı sonsuza kadar pozitif, -2 den 2 ye kadar negatif oluyor.
Aynı çözüm yolunu kullanma	Derste öğrenildiği gibi	Ö4: . Derste bu şekilde çözmüştük, o yüzden bu şekilde çözdüm
	Bilinen yol olması	Ö5: Bu çözüm daha kolayıma geldiği için bu şekilde çözerdim. Bildiğim yoldan şaşmazdım Hocam.
	Hızlı çözüme ulaşma	Ö3: : Alışkın olduğum için, daha hızlı çözüme ulaşacağım için bildiğim yöntemi kullanırım başka bir yol kullanmam daha hızlı çözmüş hissederim.

	Ö1: Yani, ben çözemem. Çözülür mü, acaba? Biz bu yöntemle bulmuştuk. Farklı bir yöntem var mıydı? Yok. Çözemem.
Yok	Ö2: : Bence çözülemez. Bu soruda sıkıntı yaşadım, her türlü baktım ama çözemedim o yüzden bence çözülemez. Ö3: : Normalini çözemedim ki. Yine aynı şekilde ilerlerdim. Orta noktasının fark ettikten sonra diğer kökü de bulurdum. Fazla uğraşmadan yapardım. Daha fazla uğraşmazdım. Ö4: : Çözülmezdi bence hocam noktaları bulmadan pozitif, negatif ya da nerede olduğunu anlayamazdım. Şekil üzerinden görebilirdik ama aralığını söyleyemedik. Ö5: Hayır. Çünkü tek bildiğim formül bu zaten. Başka şekilde çözülüyor mu bilmiyorum aslında. Yine bu şekilde çözerdim, eşitlerdim, deltayı sıfıra eşitlerdim. Ö6: : Yani bir yolu vardır ama ben bu yöntemi bildiğim için bunu kullandım. Yine aynı çözümü gerçekleştirirdim.
Farklı çözüme	
Değer verme	Ö4: Çözemazdim. Yine sayı değeri vermeye çalışırdım. Sürekli bu şekilde çözdüm ama farklı deneseydim sıfır harici değerler vermeye çalışırdım
Günlük hayattan örnek bulma	Ö1: Çözemediğim soruları genelde günlük hayatımdan farklı bir örnekle deneyi öyle bulmaya çalışıyorum.

Görüşmeler sonucunda elde edilen kategoriler; çözüm yolları, aynı çözüm yolunu kullanma ve farklı çözüme durumu şeklindedir. Çözüm yolları kategorisine bakıldığında ikinci dereceden denklemin köklerinin bulunması ve köklerin durumunun incelenmesi olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilere neden bu şekilde çözdüğü sorulduğunda, aynı çözüm yolunu kullanma kategorisi oluşturulmuştur. Aynı çözüm yolunu kullanma nedenleri; derste bu şekilde öğrenildiği, bilinen yol olduğu ve hızlı ve pratik çözüme ulaşma sağladığı için tercih edildiği tespit edilmiştir. Farklı çözüme kategorisinde; farklı bir çözüm yöntemi ile çözüm yapılamayacağı, değer vererek çözüme ulaşılabilme durumu ve günlük hayattan örnek bularak farklı bir çözüm bulunabileceği ifade edilmiştir.

Öğrencilerle görüşmelerde birinci soruyu neden bu şekilde çözdükleri sorulduğunda fonksiyonun sıfırlanması için x ve y değerlerine sıfır değerini verip eksenleri kestiği noktaları bulduklarını, derste bu şekilde öğrendiklerini ifade etmişlerdir. Farklı bir çözüm yapabilme durumları sorulduğunda farklı bir çözüm yapamayacaklarını, farklı değer vererek belki bulabileceklerini ama eksen kestiği nokta olmayacaklarını ifade etmişlerdir. Aşağıda öğrenci ve araştırmacı arasında geçen örnek bir diyaloga yer verilmiştir.

A: Birinci soruyu neden bu şekilde çözdün?

Ö2: Kestiği noktalar derken aklıma gelen fonksiyonun sıfırlanması. x e 0 değerini veriyorum, y eksenine 0 veriyorum. Aklıma ilk gelen 0 değerlerini vermek.

A: Eksenleri kestiği noktaları bulmak için fonksiyonu sıfırlayıp hangi eksen kestiğini buluyorsun.

Ö2: Evet o şekilde bulmaya çalıştım.

A: y'ye sıfır değerini verip x eksenini kestiği noktaları bulduğun zaman nasıl bir çözüm yolu gerçekleştirdin?

Ö2: Çarpanlarına ayırarak x eksenini kestiği noktaları buldum.

A: Farklı şekilde çözmek istesen nasıl çözerdin?

Ö2: Bence yok çözemedim. Değerler vererek grafiği çizmeye çalışırdım.

A: Grafiği çizmeye çalıştığın zaman da yine eksenleri kestiği noktayı bulman gerekirdi değil mi?

Ö2: Olamaz, farklı şekilde çözemazdim.

Bu öğrencinin sorunun çözümünde ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin köklerini, çarpanları ayırma yöntemi kullanarak bulduğu ve Tablo 1'de verilen doğru cevap kategorisinde çözümün yer aldığı ve klinik görüşmelere ait Tablo 6'da çözüm yolları kategorisinde denklemin kökünü çarpanlara ayırarak bulma kodunda olduğu tespit edilmiştir. Öğrenci farklı bir çözüm yolu ile çözemeyeceğini, değer vererek çözebilme ihtimalinden bahsetmiş ama yine de çözümü aynı şekilde uygulayacağını ifade etmiştir.

4. SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER

11. Sınıf öğrencilerinin ikinci dereceden fonksiyonlar ve grafikleri konusunda ortaya çıkan enstrümanlı eylem şemalarının incelenmesini amaçlayan bu çalışma enstrümantal teori çerçevesinde gerçekleştirilmiştir. Öğrencilere uygulanan çalışma yapılarından elde edilen bulgular sonucunda, doğru cevap, yanlış cevap, eksik cevap ve tutarsız bilgi/formül kategorileri altındaki kodlarda ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemin köklerinin ve köklerinin durumlarının, öğrenciler tarafından soruların çözümünde kullanıldığı tespit edilmiştir. İkinci dereceden fonksiyonların grafiklerinde ortaya konulan enstrümanlı eylem şemalarının tüm katılımcılar için benzerlik gösterdiği belirlenmiştir.

Gül ve Kobak Demir (2020) parabol kavramının oluşum sürecini RBC+C modelinden yararlanarak incelemişlerdir. Çalışmada öğrencilerin parabol kavramını oluştururken ikinci dereceden denklemin kökleri ve köklerin durumlarını kullandıkları tespit edilmiştir. Tekin, Konyalıoğlu ve Işık (2009) ortaöğretim öğrencilerin fonksiyon grafiklerini çizebilmelerini incelediği çalışmada, özel olarak ikinci dereceden fonksiyonların grafiklerini de öğrencilerden çizmelerini istenmiştir. Grafiği çizen öğrencilerin fonksiyonun değerini bulma ve denklemin kökünü bularak grafiği çizdikleri görülmüştür. Baki, Şahin ve Türkdoğan (2010) sınıf öğretmeni adaylarına grafiğini çizmesi için verilen ikinci dereceden bir fonksiyonu yanlış çizen katılımcıların neden yanlış çizdiklerini incelediği çalışmada, katılımcılar grafiği çizerken ikinci dereceden denklemin köklerini çözüm için kullandıkları tespit edilmiştir. Farklı çalışmalar incelendiğinde katılımcıların ikinci dereceden fonksiyonlar ve grafiklerindeki enstrümanlı eylem şemalarının benzer olduğu ifade edilebilir.

Yarı yapılandırılmış görüşmelerden elde edilen verilerin analizi sonucunda ise soruların farklı tarz ve şekillerde sorulmasının çözüm yollarında kullanılan enstrümanlı eylem şemalarını değiştirmede tespit edilmiştir. İlk akla gelen, hızlı, pratik çözüm olarak ikinci dereceden denklemin köklerini kullanıldığı ve öğrencilerin bu yönde enstrümanlı eylem şemalarını oluşturduğu söylenebilmektedir. Kullanım şemalarının oluşumunda öğretmenlerin de katkısının olduğunu öğrencilerle yapılan görüşmelerde derste öğrenildiği gibi çözümleri gerçekleştirmeleri bu durum ile ilişkilendirilebilir.

Enstrümantal Oluşum Teorisi'ni kavramsal çerçeve olarak kullanan araştırmalar genel olarak teknolojik araçlarla yapılan öğretim ve öğrenim sürecini incelemektedir (Artigue, 2002; Drijvers & Gravememeijer, 2005; Guin & Trouche, 1999; Ruthven, 2002; Özkale, 2022; Özkale & Özdemir Erdoğan, 2021; Gürhan, 2020; Deniz, 2016; Dur, 2016). Matematik eğitim alanında kullanılan matematiksel araçların kullanımı dair araştırmaların artması ve kullanılan eylem şemalarının ortaya çıkarılması önemlidir. Matematikğin önemi ve değerinin daha iyi kavranması açısından, matematiksel araçları öğrencilerin nasıl kullandıkları ve bu araçların kullanımının öğrenciye sağladığı matematiksel becerilerin incelenmesi gerekmektedir.

Araştırmada elde edilen bulgular ve sonuçlar doğrultusunda; trigonometrik fonksiyon, üstel ve logaritmik fonksiyon olmak üzere farklı fonksiyon çeşitlerindeki kullanım şemaları incelenmesi bu çalışmanın devamı olarak önerilmektedir. Ayrıca, öğretmenlerin, kullanım şemalarının farklılığı ve öğrencilerin kullanım şemalarının üzerindeki etkisi üzerine çalışmalar yürütülebilir. Bu çalışma, orta-düşük başarı seviyesindeki öğrencilerin enstrümanlı eylem şemalarının incelenmesini içermektedir. Başarı seviyesi yüksek öğrencilerin enstrümanlı eylem şemalarındaki farklılıkların incelenerek bu çalışmanın sonuçları ile karşılaştırılmasının alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

KAYNAKÇA

Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3), 245-274.

Bayazit, İ., Aksoy, Y. (2013). Fonksiyon kavramı: epistemolojisi, algı türleri ve zihinsel gelişimi, *Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 29(1): 1-9.

Creswell J.W. (2013) Nitel araştırma yöntemleri: Beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni(6. Baskı). (M. Bütün & S. B. Demir, Çev.) Siyasal Kitabevi

Denizli Z. (2018). Dönüşüm geometrisi öğretiminde dinamik geometri yazılımlarının kullanımının enstrümantal teori açısından incelenmesi. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi. Bursa Uludağ Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü

Dur, Z. (2016). 7.sınıf öğrencilerinin bir dinamik geometri ortamında kullandıkları sürükleme ve ölçme araçlarının enstrümantal oluşumlarının incelenmesi (Order No. 28633053). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (2606881164). <https://www.proquest.com/dissertations-theses/7-sınıf-öğrencilerinin-bir-dinamik-geometri/docview/2606881164/se-2?accountid=17219>

Drijvers, P., & Gravemeijer, K. (2005). Computer algebra as an instrument: Examples of algebraic schemes. In *The didactical challenge of symbolic calculators* (pp. 163– 196). Springer US

Drijvers, P. ve Trouche, L. (2008). From artifacts to instruments: A theoretical framework behind the orchestra metaphor. *Research on technology and the teaching and learning of mathematics*, 2, 363–391.

Guin, D., & Trouche, L. (1999) The complex process of converting tools into mathematical instruments. The case of calculators. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 3(3), 195-227.

Gürhan, S. (2020). Ortaokul öğrencilerinin teknoloji destekli ortamda üçgenleri ve dörtgenleri sınıflandırma süreçlerinin enstrümantal yaklaşım çerçevesinde incelenmesi (Order No. 28734085). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (2606873991). <https://www.proquest.com/dissertations-theses/ortaokul-öğrencilerinin-teknoloji-destekli/docview/2606873991/se-2?accountid=17219>

Kabaca, T. , Contay, E. G. & İymen, E. (2011). Dinamik matematik yazılımı ile geometrik temsilden cebirsel temsile: Parabol kavramı. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(30), 101-110. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/pauefd/issue/11113/132875>

Kobak Demir, M. & Gür, H. (2020). Teknoloji destekli öğrenme ortamlarında parabol kavramının soyutlanması sürecinin incelenmesi. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 37(2), 3-35. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/buje/issue/58375/842230>

Kutluca, T. & Zengin, Y. (2011). Matematik öğretiminde geogebra kullanımını hakkında öğrenci görüşlerinin değerlendirilmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, (17), 160-172. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/zgefd/issue/47948/606660>

Kutluca, T. & Baki, A. (2013). İkinci dereceden fonksiyonlar konusunda geliştirilen çalışma yapıları hakkında öğrenci görüşleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi [Hacettepe University Journal of Education]*, 28(3), 319331.

Kutluca, T. & Baki, A. (2013) Elektronik tablola ve bilgisayar cebir sistemi yardımıyla bilgisayar destekli çalışma yapraklarının geliştirilmesi. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 9(4), 511-528. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/eku/issue/5458/73965>

Kutluca, T. (2015). İkinci dereceden fonksiyonlar konusuna yönelik tutumlarda bilgisayar destekli öğretim yönteminin etkisi. *Elektronik Eğitim Bilimleri Dergisi*, 4(8). Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/ejedus/issue/15932/167539>

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) (2018). Ortaöğretim Matematik Dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) Öğretim Programı. Ankara. MEB Basımevi.

N. C. T. M. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics

Rabardel, P. (1995). Les hommes et les Technologies, une approche cognitive des instruments contemporains. Paris: Armand Colin.

Ruthven, K. (2002). Instrumenting mathematical activity: Reflections on key studies of the educational use of computer algebra systems. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3), 275-291.

Özdemir Erdoğan E. (2016). Enstrümental oluşum teorisi. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ.Ö. Zembat (Ed.). Matematik eğitiminde teoriler içinde (s. 803-818). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Özkale, A. & Özdemir Erdoğan, E. (2021). Öğrencilerin faiz kavramı ve hesaplarında elektronik tablo kullanımlarına enstrümental oluşum açısından bir bakış. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 15(2), 282-316.

Özkale, A. (2022). Kalkülüs Derslerinde GeoGebra Fonksiyonlarından Nasıl Yararlanılabilir ?. *Teknik Bilimler Dergisi*, 12 (1), 62-68

Şahin, S. M. (2010). Bir sorunun söyledikleri: fonksiyonlar ve grafikleri konusunda birözel durum çalışması. *Education Scienses*, 5(4), 1868-1882. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/nwsaedu/issue/19822/212248>

Tekin, B. , Konyalıoğlu, A.C. & Işık, A. (2009). Ortaöğretim öğrencilerinin fonksiyon grafiklerini çizebilme becerilerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 17(3), 919-932. Retrieved from <https://dergipark.org.tr/en/pub/kefdergi/issue/49068/626086>

Trouche, L. (2004). Managing the Complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students' command process through instrumental orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9(3), 281-307.

Verillon, P. ve Rabardel, P. (1995). Cognition and artifacts: A contribution to the study of though in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology of Education*, 10(1), 77-101.

Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2008). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri (12. Baskı). Seçkin Yayıncılık.