

## RASYONEL SAYI PROBLEMLERİNİ ÇÖZME VE KURMA BECERİLERİNİN ÇOKLU TEMSİLLER BAĞLAMINDA İNCELENMESİ

### INVESTIGATION OF THE SKILLS IN SOLVING AND POSING RATIONAL NUMBER PROBLEMS IN CONTEXT OF MULTIPLE REPRESENTATIONS

**Emre DURASI**

Uludağ Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi,  
812152010@ogr.uludag.edu.tr  
Bursa / Türkiye  
ORCID: 0000-0001-6004-4572

**Doç. Dr. Çiğdem ARSLAN**

Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi, arslanc@uludag.edu.tr  
Bursa / Türkiye  
ORCID: 0000-0001-7354-8155

#### ÖZET

Bu araştırmada, yedinci sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılarla problem çözme ve problem kurma becerilerinin çoklu temsiller bağlamında incelenmesi amaçlanmıştır. Literatür incelendiğinde çoklu temsil ile rasyonel sayılar ilişkisini inceleyen araştırma mevcut olmakla beraber bu ilişkiye ek olarak öğrencilerin problem kurma becerileri ile ilişkisini inceleyen araştırmaya rastlanmamıştır. Öğrencilerin konuya yeni bir bakış açıları ile bakmalarına yardım eden ve daha derin biçimde anlamalarına olanak sağlayan problem kurmanın, çoklu temsil bağlamında incelenmesi önemli görülmüştür. Araştırma, 2022-2023 eğitim-öğretim yılında İstanbul İlinde bir devlet ortaokuluna devam eden 25 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmada nitel araştırma yaklaşımı içerisinde yer alan, etkileşimli desenlerden biri olan durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından geliştirilen “Rasyonel Sayılar Çoklu Temsil Testi” kullanılmıştır. Elde edilen veriler doğrultusunda öğrencilerin temsil tercihleri ve bu tercihlerindeki başarı durumlarına ilişkin yorumlamalar betimsel istatistikler kullanılarak verilmiştir. Ayrıca öğrencilerin kurdukları problemler Katrancı (2014) tarafından ortaya koyulan problem kurma değerlendirme rubriği kullanılarak değerlendirilmiştir. Bu rubriğin seçilmesinin nedeni öğrencilerin problem kurma performanslarının derecelendirilmesine olanak sağlamasıdır. Araştırma bulgularına göre problem kurma sorularında en çok tercih edilen temsil türleri sırasıyla sözel (metinsel), tablo, sayı doğrusu, cebirsel (sayısal) ve model temsil türleri olmuştur. Öğrencilerin kurdukları problemler, problem kurma değerlendirme rubriğine göre 100 üzerinden 64 puan olarak bulunmuştur. Temsiller arası geçiş başarı durumları değerlendirildiğinde sözel temsil türünden tablo temsil türüne geçiş en başarılı, sayı doğrusundan model türüne geçiş ise en az başarılı oldukları geçiş olarak bulunmuştur. Öğrencilerin çözmekten en çok hoşlandıkları temsil türü, model türü (%40) olurken, ikinci sırada sayı doğrusu (%36) yer almıştır.

Öğrencilerin en az hoşlandıkları temsil türleri ise cebirsel ve sözel olarak ifade edilmiştir. Model temsil türünden daha çok hoşlanma nedenlerine bakıldığında ise görsel olması, anlaşılır olması ve yapımının kolay olması gibi nedenler belirtilmiştir. Sayı doğrusu temsil türünün hoşlanma nedenlerinde ise kolay ve pratik olması gibi nedenler gösterilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Çoklu temsiller, rasyonel sayılar, problem çözme, problem kurma

## ABSTRACT

In this study, it is aimed to examine the problem solving and problem posing skills of seventh grade students with rational numbers in the context of multiple representations. When the literature is examined, although there is a study examining the relationship between multiple representation and rational numbers, there is no research examining the relationship between students' problem posing skills in addition to this relationship. It has been considered important to examine problem posing in the context of multiple representation, which helps students to look at the subject from a new perspective and allows them to understand it more deeply. The research was carried out with 25 students attending a public secondary school in Istanbul in the 2022-2023 academic year. The case study method, which is one of the interactive designs included in the qualitative research approach, was used in the research. The "Rational Numbers Multiple Representation Test" developed by the researchers was used as a data collection tool. In line with the data obtained, the representation preferences of the students and the interpretations of the success in these preferences were given using descriptive statistics. In addition, the problems posed by the students were evaluated using the problem posing assessment rubric introduced by Katrancı (2014). The reason for choosing this rubric is that it allows grading students' problem posing performance. According to the research findings, the most preferred representation types in problem posing questions were verbal (textual), table, number line, algebraic (numerical) and model representation types, respectively. The problems posed by the students were found to be 64 points out of 100 according to the problem posing evaluation rubric. When the transition between representations were evaluated, it was found that the transition from the verbal representation type to the table representation type was the most successful, and the transition from the number line to the model type was the least successful. The type of representation that the students liked to solve the most was the model type (40%), while the number line (36%) took the second place. The types of representations that the students liked least were expressed as algebraic and verbal. Considering the reasons for liking the model representation type more, the reasons such as being visual, comprehensible and easy to construct were stated. On the other hand, reasons such as being easy and practical are shown in the reasons for liking the number line representation type.

**Keywords:** Multiple representations, rational numbers, problem solving, problem posing

## GİRİŞ

Matematik eğitiminde derslerin etkililiğini ve verimliliğini arttırmak için çeşitli örnekler, tablolar, grafikler, modeller ve açıklamalar kullanılması gerekmektedir. Bu şekilde birçok farklı yolların kullanılması matematik eğitiminde çoklu temsil yaklaşımı olarak ifade edilmektedir. Çoklu temsil teoremi, bir kavramın; cebirsel, sözel, model, grafik, tablo gibi farklı temsil türleriyle ifade edilmesi olarak tanımlanabilir (Prain & Waldrup, 2006). Çoklu temsiller teorisinin amacı öğrencinin bir kavramı farklı temsiller ile ifade edebilme, bu temsiller arasından kendisine en uygun olanı seçebilme ve temsillerin artılarını ya da eksilerini belirleyebilmesidir (Even, 1998). Çoklu temsiller ile yapılan matematik öğretiminde öğrencilerin matematiksel kavramları daha iyi anlayabildikleri ortaya konulmuştur (NCTM, 2000). Buna bağlı olarak matematik öğretim programında da "Kavramları farklı temsil biçimi ile ifade edebilecektir." özel amacı yer almaktadır (MEB, 2018). Bu sayede öğrenciler matematik dersinde gördükleri bir problemi istedikleri ve kendilerine en uygun olan temsil türüne dönüştürerek çözebilecektir.

Aynı zamanda kazandıkları bu özel amaç ile günlük yaşamlarında gördükleri farklı temsilleri anlayabileceklerdir. Örneğin; bir reklam tabelasında gördüğü matematiksel tabloyu anlayacak ve bunu sözel olarak ifade edebilecektir.

Matematik dersi, soyut olan matematiksel işlem ve kavramları temsiller yoluyla herkes tarafından anlaşılır hale getirmeyi amaçlamaktadır. Bu temsiller iç ve dış temsiller olarak ifade edilmektedir. İç temsiller kişilerin matematiksel işlem ve kavramları zihinsel olarak düşünmesi ve ifade etmesi olarak tanımlanırken dış temsiller model, grafik, tablo, sayı doğrusu, diyagram gibi somut nesnelere olarak tanımlanmaktadır (Goldin & Janvier, 1998). Bu sınıflamanın dışında çoklu temsillerin sınıflandırılması ile ilgili farklı çalışmalar mevcuttur. Örneğin Lesh vd. (1987) çoklu temsilleri cebirsel, metinsel, model ve sayı doğrusu olarak ifade etmişlerdir. White (1993) ise dinamik ve statik, tablo ve grafik, somut ve soyut gibi sınıflamaları kullanmıştır. Günümüzdeki çoklu temsil kavramındaki genel kanı ise öğrencilerin kullandıkları temsilleri iç temsiller (matematiksel bilişsel yeterlikler) ile dış temsillerin (resim, model, grafik vb.) birleşiminden ortaya çıkmaktadır (Çiçek, 2020).

Çoklu temsillerin matematik eğitiminde kullanılması ile ilgili birçok araştırma yapılmıştır (Işık vd., 2011; Van De Walle vd., 2013; Kara, 2017; Çiçek, 2020). Bu araştırmalardan çıkan en genel sonuç, çoklu temsiller dikkate alınarak yapılan derslerin öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini olumlu olarak etkilediğidir. Matematik derslerinde çoklu temsillerin kullanımı öğrencilerin derse karşı ilgi ve motivasyonunu arttırabilmektedir. Çünkü çoklu temsiller farklı problem çözümlerinin gösterilmesidir. Bu sayede bireysel farklılıklar dikkate alınmış olup öğrencinin kendine uygun temsili seçmesi onun derse olan ilgisini arttırmaktadır. Ayrıca öğrencilerin matematiği günlük yaşam ile ilişkilendirme ve problem çözebilme gibi becerilerinde artış olduğu gözlenmiştir. Çoklu temsillerin kullanımı öğrencilerin aktif öğrenmesine katkı sağladığı ifade edilmiştir. Bunun yanında öğrencilerin bir problemin çözümünün doğruluğunu test etmesi sürecinde çoklu temsillerin kullanımı etkili olabilmektedir (İpek & Baran, 2011). Bu olumlu sonuçlara rağmen yapılan araştırmalarda öğrencilerin çoklu temsiller arasında geçişlerde zorluklar yaşadığı belirtilmiştir. Ayrıca öğrencilerin probleme hangi temsilin daha uygun olduğunu belirlemede ve oluşturmada zorlandıkları ifade edilmiştir (Çelik & Sağlam-Arslan, 2012).

Çoklu temsiller teorisini içeren araştırmalar genel olarak cebirsel ifadeler konusu ile ilgilidir (İncikabı, 2017; Demir, 2022). Bu durum cebirsel ifadeler konusunun çoklu temsillere oldukça uygun bir konu olduğundan kaynaklanabilir. Çoklu temsillerin sadece cebirsel ifadeler ile ilgili olduğunu düşünmek büyük bir yanılgı olacaktır. Çoklu temsiller konusu tüm matematik konularına uygulanabilir. Bu teori ile ilgili cebirsel ifadelerin dışında tam sayılar, veri işleme, kesirlerde toplama-çıkarma işlemleri gibi farklı konulara da odaklanan çalışmalar literatürde mevcuttur (Sezgin-Memnun, 2013; Çetin, 2016; Kara, 2017).

Kesirli ifadeler insanlık tarihinde doğal sayılar ve tam sayıların yetersiz kalmasından dolayı çıkmıştır. Sonrasında doğal sayıları, tam sayıları ve kesirleri içine alan bir rasyonel sayılar kümesi oluşturulmuştur. Gündelik hayatında da önemli bir parçasını oluşturan rasyonel sayılar, doğal ve tam sayılardan farklı ve karmaşık özelliklere sahiptir. Bu nedenle rasyonel sayılar konusunun öğretiminde çeşitli zorluklar yaşanmaktadır (Özkan, 2019). Rasyonel sayılar öğretilirken öğrencilerin ön bilgileriyle bağlantılı günlük yaşam durumlarından somutlaştırma yapılarak ve farklı temsiller ile öğretim yapılmalıdır (Pala, 2016).

Öğrencilerin rasyonel sayılar konusundaki problem çözme becerileri ile ilgili birçok araştırma yapılmıştır (Birgin & Gündüz, 2009; Altun ve Çelik, 2018; Özkan, 2019). Bu araştırmalardan çıkan en genel sonuç ise öğrencilerin rasyonel sayı konusundaki problemlerde işlemsel olarak başarılı olduğu fakat kavramsal düzeyde ve günlük hayat ile ilişkilendirme durumlarında yetersiz kaldıkları ortaya çıkmıştır. Bu araştırmaların öneri kısmında ise öğrencilerin rasyonel sayılar konusundaki problem çözme becerilerini geliştirmek için farklı öğrenme yöntemlerinin kullanılması gerektiği vurgulanmıştır. Bu yöntemlerden biri de rasyonel sayılar ile ilgili problem kurma etkinliklerinin düzenlemesidir.

Problem kurma, öğrencilerin kendi problemlerini oluşturmalarına ve oluşturdukları bu problemleri kendilerinin çözmelerine imkân veren bir etkinliktir. Bu sayede öğrenciler matematiksel düşünme becerilerini arttırmış olurlar (Silver, 1997). Bunun yanı sıra öğrencilerin problem çözme becerilerinin de gelişmesine katkısı vardır (NTCM, 2000; Akay, 2006). Stoyanova ve Ellerton (1996) problem kurmayı yapılandırılmış, yarı-yapılandırılmış ve serbest olarak üçe ayırmışlardır. Yapılandırılmış problem kurma, problem kurma sorularının oluşturulmuş bir veri grubuna dayalı olarak kurulmasıdır. Yarı-yapılandırılmış problem kurma, öğrencilere bir veri grubu verilip bu veri grubundaki yapıyı keşfedip buna uygun bir problem kurulmasıdır. Serbest problem kurma ise öğrencilerden herhangi bir veri verilmeden problem kurlmaları istenir. Matematik dersi öğretim programında öğrencilerin problem çözme becerilerinin yanında problem kurma becerilerinin de önemli olduğu vurgulanmıştır (MEB, 2018). Öğrencilerin problem kurma becerilerine odaklanan araştırmalar mevcuttur (Silver, 1997; Kılıç, 2014; Üstündağ, 2021). Yapılan araştırmalarda problem kurma etkinliklerinin öğrencilerin matematiksel muhakeme ve problem çözme becerilerini arttırdığı görülmüştür. Öğrencilerin problem kurma sürecinde sözel, tablo, model gibi farklı temsil biçimlerini kullandıkları görülmüştür (Akay, 2006). Bu durum problem kurma ile çoklu temsiller arasında güçlü bir bağ olduğunu göstermektedir. Öğrencilerin Rasyonel Sayılar konusundaki bilgilerinin kalıcı olması için problem çözme ve kurma çalışmalarına aktif olarak katılması sağlanmalıdır. Problem çözme ve problem kurma ise çoklu temsiller ile yakından ilgilidir. Bu sebeple bu çalışma, öğrencilerin Rasyonel Sayılar konusunda problem kurma becerilerinin de ortaya çıkarılması bakımından önemli görülmektedir.

Literatür incelendiğinde öğrencilerin rasyonel sayılarda problem çözme ve problem kurma becerileri ile çoklu temsiller arasında bağlantı kurabilmeleri hakkında bir araştırmaya rastlanmamıştır. Öğrencilerin rasyonel sayılar konusundaki zorlukların ortaya çıkarılmasında ve giderilmesinde çoklu temsil teorisinin etkili olabileceği düşünülmüştür. Bu nedenle bu araştırmada yedinci sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılarla problem çözme ve problem kurma becerilerinin çoklu temsiller bağlamında incelenmesi amaçlanmıştır. Bu kapsamda araştırma problemleri şu şekildedir;

- 1) Yedinci sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar problemlerinde problem kurmak için tercih ettikleri çoklu temsiller nelerdir?
- 2) Yedinci sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar problemlerinde problem kurmak için tercih ettikleri çoklu temsillerdeki başarıları nelerdir?
- 3) Yedinci sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar problemlerinde çoklu temsiller arasında geçiş başarısı nasıldır?
- 4) Yedinci sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar problemlerinde çözmekten hoşlandıkları temsil türleri nelerdir?

## YÖNTEM

Bu bölümde araştırmanın deseni, çalışma grubu, veri toplama süreçleri ve analizi hakkında bilgiler yer almaktadır.

### Araştırmanın Deseni

Bu araştırmada, nitel araştırma yaklaşımı içerisinde yer alan, etkileşimli desenlerden biri olan durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Nitel araştırma, araştırmaya konu olan bireyler ya da olaylar hakkında daha derin incelemeye olanak veren betimsel çalışmalar olarak ifade edilebilir (Marshall & Rossman, 1999). Özel olarak durum çalışması, üzerinde çalışılan duruma ilişkin toplanan ayrıntılı verilerle neden-sonuç ilişkisi kurulmasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Bu araştırmada, yedinci sınıf öğrencilerinin rasyonel sayı konusundaki problem çözme sırasındaki çoklu temsiller arasında geçiş becerileri ve problem kurma aşamasında kullandığı çoklu temsil türü ilişkisi durum olarak belirlenmiştir.

## Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu 2022-2023 eğitim-öğretim yılında İstanbul ilinde bir devlet ortaokuluna devam eden öğrenciler oluşturmaktadır. Araştırmacının bu okulu seçme nedeni, burada aktif olarak görev yapmasıdır. Bu nedenle, bu çalışmada amaçlı örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir örnekleme kullanılmıştır. Kolay ulaşılabilir örnekleme, katılımcılara erişilmesi rahat olan durumun seçilmesidir (Patton, 2014). Çalışma grubunu 7. sınıfa devam eden bir sınıfta eğitim öğretime devam eden 25 öğrenci oluşturmaktadır. Öğrencilerin yedinci sınıftaki birinci sınav puanları Tablo 1’de verilmiştir.

**Tablo 1.** Öğrencilerin Yedinci Sınıf Matematik Birinci Sınav Puanlarına Göre Dağılımı

Başarı Düzeyi	Matematik Puanı	
	f	%
0-44	2	8
45-54	3	12
55-69	3	12
70-84	5	20
85-100	12	48
Toplam	25	100

Araştırmaya katılan öğrencilerin yedinci sınıf matematik birinci sınav puanlarına göre dağılımı incelendiğinde öğrencilerin yarıya yakınının 85-100 arasında görülmektedir. Diğer not dağılımları incelendiğine frekansların birbirine yakın olduğu görülmektedir.

## Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada veri toplama aracı olarak “Rasyonel Sayılar Çoklu Temsil Testi” kullanılmıştır (Ek-1). Bu testi oluşturmak için öncelikle konu ile ilgili kazanımlar ve açıklamaları incelenmiştir. Aynı zamanda literatürde yer alan çalışmalardan da yararlanılmıştır. Bu kapsamda 6 tane soru belirlenmiştir. Hazırlanan testin geçerlik ve güvenilirliğini sağlamak için matematik eğitimi alanında uzman bir öğretim elemanı ve beş alan uzmanının görüşü alınmıştır. Hazırlanan 6 soruluk veri toplama aracı 20 öğrenci ile pilot çalışma yapılmıştır. Pilot çalışma sonucunda teste son hali verilmiştir. Test sorularının dağılımı Tablo 2’de verilmiştir.

**Tablo 2.** Rasyonel Sayılar Çoklu Temsil Testi

Sorunu verildiği temsil türü	Soru numarası	Geçilmesi istenen temsil türü
Tablo	1a	Sözel
	1b	Cebirsel
Grafik	2a	Cebirsel
	2b	Tablo
	2c	Sözel
Sayı doğrusu	3a	Sözel
	3b	Model
Sözel	4a	Cebirsel
	4b	Tablo
	4c	Grafik

Problem kurma ile ilgili test sorularının dağılımı Tablo 3’te verilmiştir.

**Tablo 3.** Rasyonel Sayılar Çoklu Temsil Testi (Problem Kurma)

Sorunu verildiği temsil türü	Soru numarası
Tablo (yapılandırılmış)	1c
Sayı doğrusu (yarı yapılandırılmış)	3c
Serbest (Kolay)	5
Serbest (Zor)	

Problem kurma ile ilgili verilen soruların bir tanesinin yapılandırılmış, bir tanesinin yarı yapılandırılmış ve bir tanesinin de serbest yapıda olmasına dikkat edilmiştir. Serbest olarak problem kurması istenen soruda bir zor ve bir kolay soru sorması istenmiştir. Aynı zamanda testin son sorusunda öğrencilerin hangi temsil türünü daha çok hoşlandığı ve nedeni sorulmuştur.

### Veri Analizi

Elde edilen veriler doğrultusunda öğrencilerin temsil tercihleri ve bu tercihlerindeki başarı durumlarına ilişkin yorumlamalar betimsel istatistikler (yüzde ve frekans) kullanılarak verilmiştir. Öğrencilerin temsiller arasındaki ilişkilendirmelere yönelik başarı durumları her bir temsil boyutunda ve ilgili sorulara verilen doğru cevaplar doğrultusunda yüzde olarak belirlenmeye çalışılmıştır. Bu hesaplamada soruların ifade edilmesinde ve çözümünde hangi temsillere yer verildiği göz önünde bulundurulmuştur. Bu iki ayrı kategorinin oluşturulmasıyla temsiller arası geçiş yönünün belirlenmesi amaçlanmıştır. Örneğin bir soru cebirsel bir formda verilmiş, çözümünde sözel açıklama isteniyorsa bu durumda bu soruda cebirsel temsilden sözel temsile geçiş olduğu şeklinde yargıya varılmıştır. Ayrıca öğrencilerin kurdukları problemler Katrancı (2014) tarafından ortaya koyulan problem kurma değerlendirme rubriği kullanılarak değerlendirilmiştir. Bu rubriğin seçilmesinin nedeni öğrencilerin problem kurma performanslarının derecelendirilmesine olanak sağlamasıdır. Bu rubrikte öğrenciler 100 puan üzerinden problem metni, problemin matematik ilkeleriyle uyumu, problem türü/yapısı ve problemin çözülebilirliği değerlendirilmektedir. Bu değerlendirme rubriği Şekil 1’de verilmiştir.

Problem Oluşturmayı Değerlendirme Rubriği (PODER)					Problem No:	Katsayı	Puan			
Öğrencinin Adı-Soyadı:										
<b>I</b> Problem Metni (Dil ve Anlatım)	<b>1</b> Problem metni, açık ve anlaşılır değildir. <input type="radio"/>	<b>2</b> Problem metni, kısmen anlaşılırdır. <input type="radio"/>	<b>3</b> Problem metni, anlaşılır fakat istenen belli değildir. <input type="radio"/>	<b>4</b> Problem metni, açık, net ve anlaşılırdır. <input type="radio"/>	7					
<b>II</b> Problemin Matematik İlkeleriyle Uyumu	<b>0</b> Problem, matematik ilkelerine uygun değildir. <input type="radio"/>	<b>1</b> Problem, matematik ilkelerine kısmen uygundur (yanlış kavram kullanımı gibi). <input type="radio"/>	<b>2</b> Problem, matematik ilkelerine uygun fakat gerçek hayata yönelik değildir. <input type="radio"/>	<b>3</b> Problem, matematik ilkelerine ve gerçek hayata uygundur. <input type="radio"/>			8			
<b>III</b> Problemin Türü/Yapısı	<b>1</b> Basit alıştırmadır. <input type="radio"/>	<b>2</b> Alıştırma türündedir. <input type="radio"/>	<b>3</b> Basit normal/sözel problem türündedir. <input type="radio"/>	<b>4</b> Normal/sözel problem türündedir. <input type="radio"/>					6	
<b>IV</b> Problemin Çözülebilirliği	<b>0</b> Problemdaki veriler ve bilgiler, problemin çözümü için yeterli değildir. <input type="radio"/>	<b>1</b> Problemdaki veriler yeterli olmasına rağmen çok karmaşık olduğundan çözülemez. <input type="radio"/>	<b>2</b> Problem çözülebilir fakat veriler hatalıdır/eksiktir. <input type="radio"/>	<b>3</b> Problemdaki veriler ve bilgiler tam ve uygun olduğundan problem çözülebilir. <input type="radio"/>						
NOT: II ve IV numaralı boyutlardan sıfır alan problemler değerlendirmeye alınmayacaktır.					<b>Toplam Puan</b>					

**Şekil 1.** Problem Kurma Testi Değerlendirme Rubriği (Katrancı, 2014)

Öğrencilerin kurduğu problemler, rubrikte gösterildiği gibi; “Problem Metni (Dil ve Anlatım)” ölçütü 7 sayısı ile çarpılarak, “Problemin Matematik İlkeleriyle Uyumu” ölçütü 8 sayısı ile çarpılarak, “Problemin Türü ve Yapısı” ölçütü 6 sayısı ile çarpılarak, “Problemin Çözülebilirliği” ölçütü 8 sayısı ile çarpılarak toplam puan elde edilmiştir.

## BULGULAR

Bu kısımda, araştırma problemleriyle ilintili olarak ilk önce öğrencilerin rasyonel sayılara ait temsil tercihleri ve tercih ettikleri temsildeki başarı durumlarına ait bulgular sunulmuştur. Daha sonra ise öğrencilerin temsiller arasındaki geçiş durumları ve temsilleri oluşturma becerileri açıklanmıştır. Sonrasında ise problem kurma ile bulgular, son olarak öğrencilerin hangi temsil türünden hoşlandıkları ile ilgili bulgular verilmiştir.

### Öğrencilerin Problem Kurma Tercihleri ve Başarıları

Öğrencilerden yapılandırılmış, yarı yapılandırılmış ve serbest yapılarda problem kurları istenmiştir. Yapılandırılmış olarak verilen problem kurma sorusunda problem tablo temsil türünde verilmiştir. Yarı yapılandırılmış olarak verilen problem kurma sorusunda problem sadece sayı doğrusu olarak sorulmuştur. Öğrencilerin bu sorularda tercih ettiği temsil türleri ve problem kurma değerlendirme rubriğine göre değerlendirme sonuçları Tablo 4.'de verilmiştir.

**Tablo 4.** Problem Kurma Temsil Tercihleri ve Değerlendirme Sonuçları

Sorunu verildiği temsil türü	Tercih edilen temsil türü	Öğrenci sayısı	Değerlendirme sonucu
Tablo (yapılandırılmış)	Tablo	11	61,2
	Sözel	7	
	Sayı Doğrusu	1	
	Boş	6	
Sayı doğrusu (yarı yapılandırılmış)	Sayı Doğrusu	10	51,6
	Sözel	8	
	Model	1	
	Cebirsel	1	
Serbest (Kolay)	Boş	5	74,2
	Sözel	20	
	Cebirsel	4	
	Model	2	
Serbest (Zor)	Sözel	16	70,4
	Cebirsel	3	
	Model	2	
	Tablo	1	
	Sayı Doğrusu	1	
	Boş	2	

Öğrencilerin yapılandırılmış problem kurmada en çok kullandıkları temsil türü 11 öğrenci ile tablo temsil türüdür. Yedi öğrenci sözel, 1 öğrenci sayı doğrusu temsil türünü seçerken 6 öğrenci soruyu boş bırakmıştır. Yarı yapılandırılmış problem kurma en çok kullandıkları temsil türü 10 öğrenci ile sayı doğrusu temsil türüdür. Sekiz öğrenci sözel, 1 öğrenci model, 1 öğrenci cebirsel temsil türünü seçerken 5 öğrenci soruyu boş bırakmıştır. Serbest ve kolay olarak belirtilen problem kurma en çok kullandıkları temsil türü 20 öğrenci ile sözel temsil türüdür. Dört öğrenci cebirsel, 2 öğrenci model temsil türlerini seçmişlerdir. Serbest ve zor olarak belirtilen problem kurma en çok kullandıkları temsil türü 16 öğrenci ile sözel temsil türüdür. Üç öğrenci cebirsel, 2 öğrenci model, 1 öğrenci tablo, 1 öğrenci sayı doğrusu temsil türünü seçerken 2 öğrenci soruyu boş bırakmıştır. Öğrencilerin kurdukları problemler rubriğe göre değerlendirildiğinde yapılandırılmış 61,2; yarı yapılandırılmış 51,6; serbest (kolay) 74,2 ve serbest (zor) 70,4 olarak hesaplanmıştır.

### Temsiller Arası Geçiş Başarıları

Tablo olarak verilen birinci soruda öğrencilerden sözel ve cebirsel temsil türlerine geçiş yapıp problemi çözmeleri beklenmiştir. Bu geçişe ilişkin doğru, yanlış ve boş sayıları Tablo 5'te verilmiştir.

**Tablo 5.** Tablo Sorusunda Öğrencilerin Temsil Geçiş Türü ve Doğru Yüzdesi

Geçilmesi İstenen Temsil Türü	Doğru	Yanlış	Boş	Doğru Yapanların Yüzdesi
Sözel	13	8	4	52
Cebirsel	12	9	4	48

Tablo incelendiğinde öğrencilerin tablo temsil türünde verilen soruda sözel temsil türüne geçiş başarıları %52, cebirsel temsil türüne geçiş başarıları %48 olarak bulunmuştur.

Grafik olarak verilen ikinci soruda öğrencilerden cebirsel, tablo ve cebirsel sözel türlerine geçiş yapıp problemi çözmeleri beklenmiştir. Bu geçişe ilişkin doğru, yanlış ve boş sayıları Tablo 6'da verilmiştir.

**Tablo 6.** Grafik Sorusunda Öğrencilerin Temsil Geçiş Türü ve Doğru Yüzdesi

Geçilmesi İstenen Temsil Türü	Doğru	Yanlış	Boş	Doğru Yapanların Yüzdesi
Cebirsel	15	4	6	60
Tablo	18	2	5	72
Sözel	15	4	6	60

Tablo incelendiğinde öğrencilerin grafik temsil türünde verilen soruda cebirsel temsil türüne geçiş başarıları %60, tablo temsil türüne geçiş başarıları %72 ve sözel temsil türüne geçiş başarıları %60 olarak bulunmuştur.

Sayı doğrusu olarak verilen üçüncü soruda öğrencilerden cebirsel ve model türlerine geçiş yapıp problemi çözmeleri beklenmiştir. Bu geçişe ilişkin doğru, yanlış ve boş sayıları Tablo 7'de verilmiştir.

**Tablo 7.** Sayı Doğrusu Sorusunda Öğrencilerin Temsil Geçiş Türü ve Doğru Yüzdesi

Geçilmesi İstenen Temsil Türü	Doğru	Yanlış	Boş	Doğru Yapanların Yüzdesi
Cebirsel	7	8	10	28
Model	6	9	10	24

Tablo incelendiğinde öğrencilerin sayı doğrusu temsil türünde verilen soruda cebirsel temsil türüne geçiş başarıları %28, cebirsel temsil türüne geçiş başarıları %24 olarak bulunmuştur.

Sözel olarak verilen dördüncü soruda öğrencilerden cebirsel, tablo ve grafik türlerine geçiş yapıp problemi çözmeleri beklenmiştir. Bu geçişe ilişkin doğru, yanlış ve boş sayıları Tablo 8'de verilmiştir.



**Tablo 8.** Sözel Sorusunda Öğrencilerin Temsil Geçiş Türü ve Doğru Yüzdesi

Geçilmesi İstenen Temsil Türü	Doğru	Yanlış	Boş	Doğru Yapanların Yüzdesi
Cebirsel	12	5	8	48
Tablo	20	4	1	80
Grafik	9	10	6	36

Tablo incelendiğinde öğrencilerin sözel temsil türünde verilen soruda cebirsel temsil türüne geçiş başarısı %48, tablo temsil türüne geçiş başarısı %80 ve grafik temsil türüne geçiş başarısı %36 olarak bulunmuştur.

### Öğrencilerin Çözmekten Hoşlandıkları Temsil Türleri

Öğrencilere çözmekten hoşlandıkları temsil türleri sorulmuş ve verilen cevaplar Tablo 9'da verilmiştir.

**Tablo 9.** Öğrencilerin Çözmekten Hoşlandıkları Temsil Türleri

Temsil Türleri	Öğrenci Sayısı	Öğrenci Yüzdesi
Model	10	40
Sayı Doğrusu	9	36
Cebirsel	3	12
Sözel	3	12

Tablo incelendiğinde öğrencilerin çözmekten en çok hoşlandıkları temsil türleri sırasıyla model (%40), sayı doğrusu (%36), cebirsel (%12) ve sözel (%12) olarak bulunmuştur. Ayrıca öğrencilere neden bu temsil türünden hoşlandıkları sorulmuştur. Model temsil türünden hoşlandıklarını ifade eden öğrenciler bu temsilin görsel, şekilli, kolay, zevkli ve eğlenceli olmasından dolayı tercih ettiklerini söylemişlerdir. Sayı doğrusu temsil türünden hoşlandıklarını ifade eden öğrenciler bu temsilin pratik, anlaşılır ve görüntüsünün güzel olmasından dolayı tercih ettiklerini söylemişlerdir. Cebirsel temsil türünden hoşlandıklarını ifade eden öğrenciler bu temsilin sayılarla ilişkili olduğu ve sayılarla uğraşmaktan hoşlandıklarını dolayı tercih ettiklerini söylemişlerdir. Sözel temsil türünden hoşlandıklarını ifade eden öğrenciler bu temsilin çözümünün kolay olmasından dolayı tercih ettiklerini söylemişlerdir.

### SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER

Bu araştırmada yedinci sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılarla problem çözme ve problem kurma becerilerinin çoklu temsiller bağlamında incelenmesi amaçlanmıştır. Öğrencilerin yapılandırılmış problem kurma sorusunda en çok kullandıkları temsil türü tablo temsil türü olmuştur. Bu durumun çıkmasında soruda tablo kullanılmasının etkili olduğu düşünülmektedir. Öğrencilerin yarı yapılandırılmış problem kurma sorusunda en çok kullandıkları temsil türü sayı doğrusu temsil türü olmuştur. Bu durumun çıkmasında soruda sayı doğrusunun kullanılmasının etkili olduğu düşünülmektedir. Yapılandırılmış ve yarı yapılandırılmış problem kurma sorularında en çok tercih ettikleri ikinci temsil türü sözel temsil türü olmuştur. Öğrencilerin serbest problem kurma sorusunda en çok kullandıkları temsil türü büyük çoğunlukla sözel temsil türü olmuştur. Bu durumun ortaya çıkmasında öğrencilerin matematik derslerinde genel olarak sözel temsil türüne uygun soru kökleri ile karşılaşmalarının etkisi olduğu düşünülmektedir. Ayrıca yapılandırılmış ve yarı yapılandırılmış sorularında en çok tercih edilen temsil türünün sözel olmasında da bu durumun etkili olduğu düşünülmektedir. Bu sonuçlar Kara'nın (2017) yaptığı sonuçlar ile farklılık göstermektedir.

Yapılan araştırmada öğrenciler en çok model ve cebirsel temsil türlerini tercih ettikleri belirtilmiştir. Bu farklılığa Kara'nın çalışmasında yarı yapılandırılmış problem kurma sorularının fazla olması sebep olmuş olabilir. İncikabı (2017) yaptığı araştırmada ders kitaplarında daha çok soruların cebirsel temsil türünde çözüldüğünü ifade etmiştir. Bu araştırmada ise öğrenciler daha çok sözel temsil türünü seçmişlerdir. Bu farklılığa bu araştırmada sadece işlemler üzerinde değil ağırlıklı olarak problemler üzerinde çalışılması neden olmuş olabilir.

Öğrencilerin verilen sorulardan istenen temsil türüne göre çözmelerinde en çok başarılı oldukları geçiş tablo türüne geçiş olarak görülmektedir. Hem sözelden hem de grafikten tabloya geçilmesi istenen sorularda öğrenciler yüksek başarı elde etmişlerdir. Bu durumun ortaya çıkmasında tablo temsil türünün verileri etkili bir şekilde işlemeyi kolaylaştırmanın etkili olduğu düşünülmektedir (Gürbüz ve Şahin, 2015). Ayrıca Swafford ve Langrall (2000), öğrencilere göre tablo temsil türünün diğer temsil türlerine göre daha anlaşılır olduğunu belirtmişlerdir. Öğrencilerin en başarısız oldukları geçiş ise sayı doğrusundan cebirsel ve modeli temsil türlerine geçmesi istenen soruda yaşanmıştır. Bu durumun öğrencilerin sayı doğrusunda ifade edilen rasyonel sayıları doğru bir şekilde bulamamaları ve sayı doğrusundaki işlemi anlamamalarının etkili olduğu düşünülmektedir. Bu durum Kara'nın (2017) yaptığı araştırma ile benzer sonuçlar göstermektedir. Çelik ve Sağlam-Arslan (2012) öğretmen adayları ile yaptıkları araştırmalarında sözel temsilden grafik temsiline geçişi en başarılı temsiller arası geçiş olarak ifade etmişlerdir. Bu araştırmada ise sözelden grafiğe geçiş %36 gibi düşük bir oran olarak bulunmuştur. Bu çalışmanın ortaokul öğrencileri ile yapılmış olmasının bu sonucu ortaya çıkardığı düşünülmektedir.

Öğrencilerin çözmekten en çok hoşlandıkları temsil türleri model ve sayı doğrusu olmuştur. Bu temsil türlerinin görsel olmasının bunda etkili olduğu düşünülmektedir. Öğrenciler sayı doğrusu temsil türü sorularını çözmekten hoşlansa da bu sorularda başarısız oldukları sonucu görülmektedir. Ayrıca öğrencilerin en çok başarılı oldukları tablo temsil türü hoşlandıkları temsil türleri içinde hiç yer almamaktadır. Problem kurmada en çok tercih edilen temsil türü olan sözelde öğrencilerin en çok hoşlandıkları temsil türlerinde alt sıralarda yer almıştır.

Öğrencilerin temsil türleri arasında geçiş başarılarının incelendiği bu araştırmada bazı durumlardan öğrencilerin başarısız olduğu belirlenmiştir. Sınıf ortamında böyle bir çalışma yapılarak eksik temsil türlerinin belirlenmesi ile bu eksikliklere yönelik çalışmalar yapılabilir. Ayrıca bu araştırmada problem kurma becerilerinde öğrencilerin bazı durumlarda yetersiz kaldıkları belirlenmiştir. Öğrenciler ile bu şekilde çalışmalar yapılarak problem kurma becerileri artırılabilir.

## Kaynakça

Akay, H. (2006). Problem kurma yaklaşımı ile yapılan matematik öğretiminin öğrencilerin akademik başarısı, problem çözme becerisi ve yaratıcılığı üzerindeki etkisinin incelenmesi. Doktora Tezi. Gazi Üniversitesi, Ankara.

Altun, H., & Çelik, A. (2018). Kesir ve rasyonel sayılar konusu ile ilgili öğrencilerin ilgi ve düşünceleri. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education*, 7(1).

Birgin, O. & Gürbüz, R. (2009). İlköğretim II. kademe öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerinin incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22(2): 529-550.

Çelik D. & Sağlam-Arslan A. (2012). Öğretmen adaylarının çoklu gösterimleri kullanma becerilerinin analizi. *Elementary Education Online*, 11(1), 239-250,

Çetin, H. (2016). Sorgulayıcı öğrenme yaklaşımıyla çoklu temsil destekli tam sayı öğretiminin 6. sınıf öğrencilerinin başarılarına model tercihlerine ve temsiller arası geçiş becerilerine etkisi. Doktora Tezi. Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.

Çiçek, M.İ. (2020). Matematik öğretmenlerinin fonksiyon öğretiminde ders imecesi ve çoklu temsilleri kullanabilme düzeylerinin incelenmesi. Doktora tezi. Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

Demir-Baloğlu, S. (2022). Ortaokul 8. Sınıf öğrencilerinin cebir konusunda çoklu temsiller arasındaki geçiş becerilerinin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Erciyes Üniversitesi, Kayseri.

Even, R. (1998). Factors involved in linking representations of functions. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(1), 105-121.

Gürbüz, R. & Şahin, S. (2015). 8. Sınıf Öğrencilerinin Çoklu Temsiller Arasındaki Geçiş Becerileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23 (4), 1869-1888 .

Goldin, G. A. & Janvier, C. (1998). Representations and the psychology of mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(1), 1-4.

Işık, C. (2011). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 41, 231-243.

İncikabı, S. (2017). Çoklu temsiller ve matematik öğretimi: ders kitapları üzerine bir inceleme. *Cumhuriyet International Journal of Education-CIJE*. Vol 6 (1), 2017, 66 – 81.

İpek, A.S. & Baran, D. (2011). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının teknoloji destekli temsillerle ilgili düşünceleri. 5th International Computer & Instructional Technologies Symposium, 22-24 September 2011, Fırat Üniversitesi, Elâzığ.

Kara, F. (2017). Altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerinde farklı temsilleri kullanma becerilerinin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Kastamonu Üniversitesi, Kastamonu.

Katranacı, Y. (2014). İşbirliğine dayalı öğrenme ortamlarında problem oluşturma çalışmalarının matematiksel anlamaya ve problem çözme başarısına etkisi. Doktora Tezi. Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Kılıç, Ç. (2014). Sınıf öğretmenlerinin problem kurmayı algılayış biçimlerinin belirlenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 22(1), 203-214.

Lesh, R., Post, T. & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janvier (Ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*, (pp. 33-40). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Marshall, C. & Rossman, G.B. (1999) *Designing Qualitative Research*, 3rd edn. Thousand Oaks, CA: SAGE

Millî Eğitim Bakanlığı (2018). Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) öğretim programı. MEB.

NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Va. NCTM.

Özkan, C. (2019). 7. Sınıf “Rasyonel Sayılar” konusunun 5E öğrenme modeli ile öğretiminin öğrenci başarısına ve eleştirel düşünme becerisine etkisi. Yüksek Lisans Tezi. On Dokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun.

Pala, A. (2016). Ortaokul matematik öğretmenlerinin rasyonel sayılar ve bu sayılarla yapılan dört işlemin öğretiminde en çok kullandıkları kuralların belirlenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

Patton, M. Q. (2014). *Nitel araştırma ve değerlendirme yöntemleri*. Ankara: Pegem Akademi.

Prain, V. & Waldrip, B. (2006). An exploratory study of teachers'and students'use of multimodal representations of concepts in primary science. *International Journal of Science Education*, 28(15), 1843-1866.

Sezgin-Memnun, D. (2013). Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin çizgi grafik okuma ve çizme becerilerinin incelenmesi. *International Periodical For The Languages, Literature and History of Turkish or Turkic* Volume 8/12 Fall 2013, p. 1153-1167, Ankara-Turkey.

Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM*, 29 (3), 75-80.

Stoyanova, E. & Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing in school mathematics. In P. Clarkson (Ed.), *Technology in Mathematics Education* (p.518–525). Melbourne: Mathematics Education Research Group of Australasia.

Swafford, J. O., & Langrall, C. W. (2000). Grade 6 students' preinstructional use of equations to describe and represent problem situations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 89-112.

Üstündağ-Yıldız, R. (2021). Yedinci sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusunda illüstrasyonlara yönelik problem kurma etkinlikleri problem kurma ve çözme becerileri gelişiminin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi. Giresun Üniversitesi, Giresun.

Walle de Van J., Karp, S.K. & Bay-Williams J. (2013). İlkokul ve Ortaokul Matematiği. Çev., Soner Durmuş. Ankara:Nobel Yayın Dağıtım.

White, B. (1993). Thinker Tools: Causal Models, Conceptual Change, and Science Education. *Cognition and instruction*, 10(1), 1-100.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2018). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri (11. Baskı). Seçkin Yayıncılık.

## Ek-1

### Rasyonel Sayılar Çoklu Temsil Testi

1)

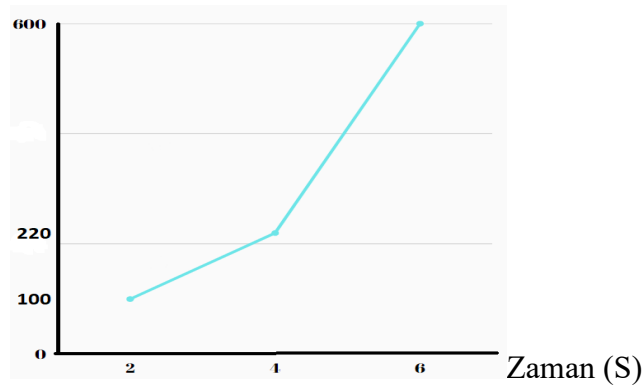
Alınan Yol	100 km	200 km	300 km	400 km
Harcanan Benzin	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{4}$

Yukarıda bir otomobilin aldığı yol ile harcadığı benzin arasındaki ilişkiyi gösteren tablo verilmiştir. Buna göre otomobil 250 km gittiğinde deposundaki benzinin kaçta kaçını harcamış olur?

- Bu ilişkiyi kendi cümleleriniz ile ifade ediniz.
- Bu işlemi matematiksel olarak ifade ediniz.
- Bu probleme uygun bir problem yazınız.

2)

Alınan Yol (m)



Hız =  $\frac{\text{Alınan Yol}}{\text{Zaman}}$  formülü ile hesaplanmaktadır. Grafikte bir aracın aldığı yolun zaman ile ilişkisi verilmiştir. Buna göre;

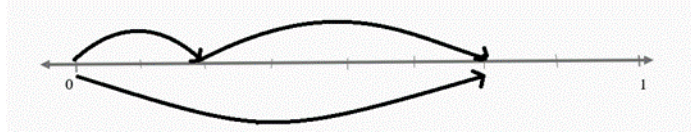
2, 4 ve 6. saniyelerdeki hız kaç m/s'dir?

- Bu işlemi matematiksel olarak ifade ediniz
- Bu işlemi tablo kullanarak ifade ediniz.

ZAMAN	2	4	6
HIZ (m/s)			

c) Bu işlemi sözel olarak ifade ediniz.

3)



- a) Bu işlemi matematiksel olarak ifade ediniz.  
b) Bu işlemi model kullanarak ifade ediniz.  
c) Bu soruyla ilişkili bir problem kurunuz.

4) Günlük 80 lira harçlığı olan bir öğrenci her gün bir önceki günün 1/2'si kadar para harcamaktadır. Buna göre 5. Gün kaç lira para harcamıştır?

- a) Bu işlemi matematiksel olarak ifade ediniz  
b) Bu işlemi tablo kullanarak ifade ediniz.

GÜNLER	1. GÜN	2. GÜN	3. GÜN	4. GÜN	5. GÜN
HARCANAN PARA					

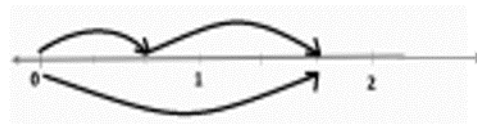
- c) Bu işlemi grafik kullanarak ifade ediniz.

5) Sınıf arkadaşlarınızın çözmesi için **rasyonel sayılar konusu ile ilgili** bir tane zor ve bir tane kolay problem yazınız.

6) Verilen gösterim türlerinden hangisinde işlem yapmayı tercih edersiniz? Lütfen seçeneğinizi yuvarlak içine alınız ve seçme nedeninizi açıklayınız (Bu soruyu çözmeyiniz. Sadece hangisinde işlem yapmak istediğinizi işaretleyiniz).

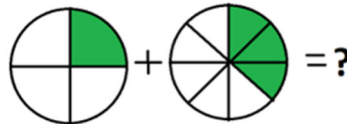
Gösterim Türleri Örnek Gösterimler

- a) Sayı doğrusu



?

- b) Model



c) Cebirsel (sayısal)

$$\frac{1}{7} + \frac{2}{21} = ?$$

d) Sözel (metinsel)

Bir çırak bir günde işin beşte üçünü ustası ise aynı gün içinde aynı işin üçte ikisini yapabilmektedir. Buna göre usta çırağından işin ne kadar fazlasını yapmıştır?