

## DİSİPLİNLER ÖTESİ ÖĞRETİMLE 7. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MODELLEME OLUŞTURMA ETKİNLİĞİ UYGULAMASI

### APPLICATION OF MODELING AND CREATING ACTIVITY OF 7TH GRADE STUDENTS WITH TRANSDISCIPLINARY TEACHING

**Banu MEMİŞOĞLU**

Bursa Uludağ Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü,  
[banumemisoglu@hotmail.com](mailto:banumemisoglu@hotmail.com)  
Bursa / Türkiye  
ORCID: 0000-0001-5115-5457

**Prof. Dr. Menekşe Seden TAPAN-BROUTIN**

Bursa Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, [tapan@uludag.edu.tr](mailto:tapan@uludag.edu.tr)  
Bursa / Türkiye  
ORCID: 0000-0002-1860-852X

#### ÖZET

Programların bütünleştirilmesi, farklı disiplinlerden elde edilen bilgi, beceri ve değerlerin daha anlamlı bir şekilde bir kavram olarak öğretilmesini amaçlayan bir yaklaşım ya da öğretme stratejisidir. Bu çalışmanın amacı disiplinler ötesi yaklaşımla hazırlanan modelleme oluşturma etkinliklerinin modelleme sürecine nasıl yansıdığını incelemektir. Öğretim deneyi deseniyle gerçekleştirilen araştırmanın çalışma grubunu 2023-2024 eğitim-öğretim yılında Balıkesir ili Altıeylül ilçesinde bulunan bir devlet okulunun 7. sınıfında öğrenim gören 18 öğrenci oluşturmaktadır. Disiplinler ötesi yaklaşım çerçevesinde “Geri Dönüşüm” teması belirlenerek hazırlanan modelleme oluşturma etkinlikleri üzerinde öğrenciler grup olarak çalışmıştır. Bu makalede, grup çalışmasıyla uygulanan modelleme oluşturma etkinliklerinden “Deterjan Tüketimi Problemi” seçilmiştir. Çalışmanın verileri, öğrencilerin yaklaşımlarını ayrıntılı olarak inceleyebilmek amacıyla, grupların sorunun çözümü sırasındaki tartışmalarını ve sınıfta sunulmasını içeren video ve ses kayıtlarının yazıya dökümü, araştırmacı gözlem notları ve öğrenci çalışma dokümanlarından oluşmaktadır. Verilerin analizinde grupların modelleme yeterliklerinin seviyelerini belirlemek amacıyla Modelleme Yeterliklerini Değerlendirme Rubliği [MYDR] kullanılmıştır. Betimsel analiz yöntemi ile analiz edilen veriler bilişsel perspektif çerçevesinde oluşturulmuş MYDR aracılığı ile değerlendirilerek öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliklerindeki seviyeleri belirlenmiştir.

**Anahtar kelimeler:** Disiplinler ötesi öğretim yaklaşımları, matematiksel modelleme, modelleme yeterlikleri.

## ABSTRACT

The integration of programs is an approach or teaching strategy aimed at teaching knowledge, skills, and values obtained from different disciplines in a more meaningful way as a concept. The purpose of this study is to investigate how modeling creation activities, prepared with an interdisciplinary approach, reflect in the modeling process. The research, conducted using the teaching experiment method, was carried out with a sample group of 18 students from the 7th grade of a public school in the Altıeylül district of Balıkesir province during the 2023-2024 academic year. The "Recycling" theme was determined, and students worked in groups on modeling creation activities prepared within the framework of the transdisciplinary approach. In this study, the "Detergent Consumption Problem" was chosen from the modeling creation activities applied through group work. The data of the study consist of transcriptions of video and audio recordings, which include the discussions of the groups during the solution of the problem and their presentations in class, researcher's observation notes, and student work documents. To analyze the data, the Modeling Competency Evaluation Rubric [MCER] was used to determine the levels of the groups' modeling competencies. The data, analyzed through descriptive analysis, were evaluated using the MCER, which was developed within a cognitive perspective, to determine the students' levels of mathematical modeling competencies.

**Keywords:** Transdisciplinary teaching approaches, mathematical modeling, modeling competencies.

## 1. GİRİŞ

Günümüzde matematik, geçmişte olduğu gibi yalnızca öğrenilmesi gereken soyut kavramlar ve beceriler bütünü olarak değerlendirilmemekte; aksine, gerçek yaşam olaylarının modellenmesine dayalı problem çözme süreci ile ortaya çıkan bilgi ve becerilerin bir bütünü olarak ele alınmaktadır (Altun, 2012). Matematiği hayatında işlevsel olarak kullanabilen, diğer disiplinlerle ve günlük hayat durumlarıyla matematik arasındaki ilişkiyi kurabilen bireyler yetiştirmek matematik öğretiminin amaçlarından biridir (MEB, 2018). Öğrencileri okulun ötesinde geleceğine hazırlamak için onların matematiksel düşünceler ve yeni kavramlar oluşturmalarına imkan tanıyan karmaşık problem durumlarıyla karşılaşmalarını ve bu konuda deneyim sahibi olmalarını sağlamak gerekmektedir. Bu deneyimleri sağlamak amacıyla matematik öğretim programı, öğrencilerin öğrenme ortamının; tüm öğrencilerin üst-bilişsel becerilerini geliştirebilecekleri, kendi düşüncelerini açıklayıp paylaşabilecekleri ve matematiksel öğrenme süreçlerini yönetebilecekleri şekilde düzenlenmesi gerektiğine dikkat çekmektedir (MEB, 2018). Ayrıca matematik dersi öğretim programı problem çözme süreçlerinin gerçekleştiği ortamlarda, öğrencilerin kendi düşünce ve akıl yürütmelerini ifade ederken başkalarının matematiksel akıl yürütmelerinin de değerlendirilebileceği katılımcı bir sınıf ortamı oluşturulması gerektiğini vurgulamaktadır (MEB, 2018). Matematiğin; öğrencilerin kendilerini ve çevrelerini tanımlarına yardım etmenin yanı sıra, matematiksel düşünme becerisi kazanmış olan bireylere de karşılaştıkları sorunlara çözüm üretmekte daha başarılı olmaları yönünde katkı sağladığına inanılmaktadır (Küçük, Kahraman ve İşleyen, 2013).

Matematik eğitiminin temel hedeflerinden biri, öğrencilerin gerçek yaşam bağlamında etkili problem çözme becerileri geliştirmelerini sağlamaktır. Bu doğrultuda, matematik eğitimcilerinden, öğrencilerin öğrendikleri matematiksel bilgileri günlük hayatlarıyla ilişkilendirebilmelerini, matematik ile gerçek dünya arasındaki etkileşimin farkına varmalarını ve bu süreçte matematiğe karşı olumlu bir tutum geliştirerek kaygı duymadan öğrenme sürecine katılmalarını desteklemeleri beklenmektedir. Ancak, birçok öğrenci matematiği günlük yaşamla bağlantısı olmayan, karmaşık ve birbirinden kopuk formüller ile işlemlerden oluşan zorlayıcı bir ders olarak algılamaktadır (Çiltaş ve Yılmaz, 2013; Eurydice, 2011). Bu açıdan bakıldığında, matematik ile gerçek hayat arasındaki bağın oluşturulmasında önemli rolleri olan matematiksel modeller ve matematiksel modelleme kavramlarının üzerinde durulması gerekir.

Matematiksel modelleme; matematik dışında birçok disiplinin de ilgi alanına girdiği, eğitimin her aşamasında gerçek yaşam durumlarıyla ilişkili, açık-uçlu ve uygulamalı problem çözme uygulamalarını kapsayan genel bir terimdir (Erbaş, Kertil, Çetinkaya, Çakıroğlu, Alacacı ve Baş, 2014). Matematiksel modelleme süreçleri, matematiksel becerilerin kazanılmasına ve bu becerilerin geliştirilmesine katkı sağlamaktadır (Blum, Galbraith, Henn ve Niss, 2007). Matematiksel modellemenin, araştırmacılar tarafından farklı farklı tanımlanmasına rağmen her birinde gerçek yaşam ile matematik arasındaki geçişlerin vurgulandığı görülmektedir.

Model Oluşturma Etkinlikleri (MOEler), gerçek yaşam bağlamında karşılaşılan problemlerin çözümüne yönelik olarak matematiksel bir modelin geliştirilmesini gerektiren problem çözme etkinlikleri olarak tanımlanmaktadır (Lesh ve Yoon, 2004). Model Oluşturma Etkinlikleri (MOE'ler), öğrencilerin karmaşık gerçek yaşam problemlerini çözme sürecinde matematiksel modelleme süreçlerini etkili bir şekilde kullanmalarını teşvik eden problem çözme etkinlikleri olarak tanımlanan bu etkinlikler, öğrencilerin matematiksel modeller oluşturmalarını, bu modelleri açıklamalarını, test etmelerini ve gerekli düzenlemeleri yaparak geliştirmelerini içermektedir. Bu süreç, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini yapılandırmalarına ve problem çözme yetkinliklerini geliştirmelerine katkı sağlamaktadır (Eric, 2008). MOElerin kullanımıyla öğrenciler hem öğrendikleri bilgileri uygulamakta hem de gerçek yaşam durumlarını matematikselleştirerek konuları daha derinlemesine anlamaktadırlar (Yoon, Dreyfus ve Thomas 2010)

Öğretim programlarının bütünleştirilmesi fikri, amaçlı bir biçimde farklı disiplinlerden gelen bilgi, beceri ve değerlerin daha anlamlı bir şekilde bir arada ele alınmasını sağlayan bir öğretme stratejisi veya pedagojik yaklaşım olarak tanımlanmaktadır. Bu anlayış, eğitimcilerin gerçek yaşamla ilgili problemlerin birbirinden bağımsız disiplinlere ayrıştırılmayacağını fark etmeleri sonucunda ortaya çıkmıştır (Wang, 2012; Wang, Moore, Roehrig ve Park, 2011). Bununla birlikte Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli'nde öğretim programlarındaki disiplinler arası ilişkiler, öğrencilere farklı disiplinlerin konu alanları arasında bağlantılar kurma, çoklu bakış açıları geliştirme ve karmaşık problemlere çözümler bulma becerileri kazandırmaya katkı sağladığı ifade edilmiştir (MEB, 2024, s.59). Literatürde, öğretim programlarının bütünleştirilmesi sürecinde izlenen yol ve entegrasyon düzeyini belirlemek amacıyla üç temel yaklaşım öne çıkmaktadır: çok disiplinli, disiplinler arası ve disiplinler ötesi. Bu kategoriler, eğitimde bütünleştirme kavramını ele alan diğer eğitimciler tarafından on yıllardır önerilen tanımlarla büyük ölçüde örtüşmektedir. Söz konusu üç yaklaşım, öğretim programlarında entegrasyona yönelik farklı yöntemleri anlamak için bir temel çerçeve sunmaktadır (Drake ve Burns, 2004).

Disiplinlerin bütünleşme düzeyi, ayrı disiplinlerden başlayarak çok disiplinli, disiplinler arası ve disiplinler ötesi yaklaşımlara doğru ilerleyen bir yapı içinde tanımlandığında, disiplinler arasındaki bağlantı ve etkileşimin giderek arttığı bir süreklilik göstermektedir. Bu çerçevede, en temel düzeyde yer alan disiplin temelli öğretimde, her disiplinde ilgili kavramlar ve beceriler bağımsız olarak ele alınır. İkinci düzeydeki çok disiplinli öğretim, kavram ve becerileri disiplinler içinde ayrı ayrı ele alırken, ortak bir tema etrafında birleştirilerek öğrenmeyi destekler. Üçüncü düzey olan disiplinler arası öğretimde, iki veya daha fazla disiplinden gelen kavramlar ve beceriler daha derinlemesine incelenerek öğrenilir. En üst seviyedeki disiplinler ötesi öğretimde ise bilgi ve beceriler, iki veya daha fazla disiplinin perspektifinden hareketle gerçek dünya problemlerine ve projelerine uygulanarak öğrenilir ve bu sayede öğrencilerin öğrenme süreci daha anlamlı ve bütüncül bir deneyime dönüşür (English, 2016). Disiplinler ötesi öğrenmede ise yeni bilgi ve daha derin bir anlayışı gerçek yaşam deneyimlerine bağlamak için birden fazla disiplinin bakış açısını birleştiren bir temanın ya da sorunun araştırılması olarak tanımlanır (Kaufman, Moss ve Osborn, 2003). Tema tüm disiplinler için geçerli, ortak ve küresel olarak global konular içerisinden belirlenmektedir. Disiplinler ötesi öğretim, geleneksel akademik disiplinlerin sınırlarını aşan ve farklı alanlardaki bilgi, yöntem ve bakış açılarını bir araya getirerek yeni anlamlar ve bilgilerin ortaya çıkmasını destekleyen bir öğretim yaklaşımıdır.

Bu model, disiplinler arası (interdisciplinary) ve çok disiplinli (multidisciplinary) yöntemlerden ayrılarak, bireysel disiplinleri aşan ve onları bütünleştiren ortak bir kavramsal çerçeve oluşturmayı hedeflemektedir (Nicolescu, 2002).

Disiplinler ötesi öğretim, öğretmenler arasında iş birliğini teşvik eden ve öğrenme sürecinin öğrencilerin aktif katılımıyla yapılandırılmasını gerektiren bir yaklaşımdır. Yapılandırmacı (constructivist) bir pedagojik çerçevede şekillenen bu yaklaşımda öğrenciler, farklı disiplinlerin kavramlarını entegre ederek bütüncül bir bakış açısı geliştirir ve eleştirel düşünme becerilerini derinleştirir (OECD, 2018). Disiplinler ötesi öğretim, çoğunlukla gerçek dünya sorunlarını merkeze alarak yapılandırılır ve karmaşık toplumsal, çevresel ve bilimsel konuların ele alınmasını sağlamak amacıyla öğrencilere disiplinler arası düşünme becerileri kazandırmayı amaçlar (Max-Neef, 2005). Bu yaklaşım, öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmelerine olanak tanırken, aynı zamanda bilgiyi bağlamsal çerçevede anlamlandırmalarına katkı sağlar (Pohl ve Hadorn, 2008). Chamberlin ve Moon (2005) MOElerin disiplinler arası ilişki kurmaya yardımcı olduklarını ifade etmekte ve öğrencilerde okuduğunu anlama, akranlarla iletişim kurma ve çözümlerinin açıklamalarını yapma ve bunları yazıya dökme gibi becerileri geliştirdiklerini belirtmektedirler. Özetle, Papageorgiou (2009)'nun da belirttiği gibi MOEler başarılı bir matematik öğretimi için kullanılabilir önemli birer araçlardır.

Borromeo Ferri (2006) tarafından geliştirilen “Bilişsel Modelleme Perspektifi” ne göre matematiksel modelleme sürecinde beklenen bilişsel beceriler; problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama olmak üzere altı başlıkta incelenmiştir. Bu perspektif, araştırmacılara modelleme sürecinde öğrencilerin zihinlerinde neler canlandığı ve yaşanan zorlukların modelleme döngüsünün hangi aşamasından kaynaklandığı konularında çerçeve sunmaktadır (Borromeo Ferri, 2018). Disiplinler ötesi verilen öğretimin çerçevesinde modelleme yeterliklerinin gelişimine yansımalarının inceleyen bu çalışmanın kuramsal çerçevesi olarak; öğrencilerin matematiksel modelleme süreci, bir modelleme probleminde nasıl ilerledikleri, süreçte nasıl gelişim gösterdikleri inceleneceğinden bilişsel modelleme perspektifi kuramsal çerçeve olarak benimsenmiştir.

Disiplinler ötesi verilen eğitimin ortaokul öğrencilerinin matematiksel modelleme yeterliklerinin gelişimi üzerine nasıl bir etkisinin olduğunu belirlenmesi ihtiyacı ortaya çıkmaktadır. Makaleye konu olan bu çalışmada, daha kapsamlı bir doktora tez çalışmasının bir bölümünden alınan özel olarak disiplinler üstü yaklaşımla hazırlanan bir Modelleme Oluşturma Etkinliğinin uygulanmasına ve çözüm sürecine odaklanılmıştır. Disiplinler ötesi yaklaşımla belirlenen tema çerçevesinde, 7.sınıf düzeyinde hazırlanan Modelleme Oluşturma Etkinliği uygulamasının, modelleme yeterliğinin bilişsel süreç boyutuna (Problemi anlama - Sadeleştirme - Matematikselleştirme - Matematiksel olarak çalışma - Yorumlama - Doğrulama) nasıl yansıdığı incelenmesi amaçlanmaktadır.

## 2. YÖNTEM

### 2.1. Araştırma Modeli

Nitel araştırma, “gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamda gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği araştırma” olarak tanımlanabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2013: 45). Bu çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden öğretim deneyi kullanılmıştır. Öğretim deneyi, araştırmacıların öğrencilerin matematik bilgilerini ve tasarlanan öğrenme ortamlarında bu bilgilerin nasıl değiştiğini gözlemleyebileceği, öğretim temelli bir araştırma desendir (Czarnocha ve Maj, 2008).

### 2.2. Katılımcılar

Araştırma 2023-2024 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde, Balıkesir ilinin Altıeylül ilçesindeki bulunan biri pilot, diğeri asıl uygulamanın yapıldığı iki devlet okulunda öğrenim gören 7. sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilmiştir.

Araştırmada pilot okulda uygulamadan sonra gerekli düzenlemeler yapılarak asıl uygulama yapılmıştır. Asıl uygulamanın gerçekleştirildiği okulda 18 katılımcının 8'ini kız, 10'unu erkek öğrenciler oluşturmuştur.

Okulların belirlenme aşamasında; çalışmanın yürütülmesine katkı sunacak öğretmenlerinin gönüllü olması, yöneticilerin destek vermesi, sınıf mevcutlarının gerçekleştirilecek grup çalışmalarına uygun olması, okulların merkeze olan uzaklığı göz önünde bulundurulmuştur. Çalışmada katılımcılar belirlenirken amaçlı örnekleme yönteminden kolay ulaşılabilir durum örnekleme kullanılmıştır. Bu örnekleme yöntemi, araştırmaya hız ve pratiklik kazandırdığı (Yıldırım ve Şimşek, 2008) için tercih edilmiştir.

### 2.3. Uygulama Süreci

Çalışma sürecinde disiplinler ötesi yaklaşım çerçevesinde “Geri Dönüşüm” temasıyla ilişkili olan dersler Fen Bilgisi - Sosyal Bilgiler-Ahlak ve Yurttaşlık Bilgisi ve Teknoloji Tasarım dersi olarak belirlenmiştir. Tüm süreç boyunca ilgili derslerin öğretmenleriyle iş birliği yapılmıştır. Bu derslerle eş zamanlı olarak matematik ders programında Oran ve Orantı ve Yüzdeler konuları işlenmektedir. Bu çalışmada yapılan etkinliklerden biri olan Deterjan Tüketimi modelleme oluşturma etkinliği alınmıştır. Deterjan Tüketimi modelleme oluşturma etkinliği uygulama aşamasında ders programlarında belirlenen tema ile ilişkili derslerden Fen Bilgisi dersinde Evsel Atıklar ve Geri Dönüşüm konusu işlenmektedir. Ünite içeriğinde öğrencilerin evsel katı ve sıvı atıkların kontrol edilmesi, geri dönüşüm ve yeniden kullanmanın önemini kavramaları amaçlanmaktadır (MEB, 2018).

Uygulama sürecinde eş zamanlı olarak matematik derslerinde Oran ve Orantı konusu işlenmektedir. Eğitim-öğretim dönemi içerisinde sınav haftası, ara tatil vb. sebeplerle yıllık planlarda belirtilen işleyiş sıralamasında yaşanabilecek aksaklıkların uygulamalara yansımını engellemek amacıyla Deterjan Tüketimi etkinliğinden önce ve sonra yapılan tüm etkinliklerde problem durumunun kapsamı matematik dersinde işlenen konuların programdaki kazanım sıralamasına göre sınıfın matematik dersi öğretmeniyle iş birliği yapılarak belirlenmiştir.

Deterjan Tüketimi MOE uygulanmasından önce pilot okulda yapılan uygulamada karşılaşılan zorlukların giderilmesi amacıyla öğrencilerin varsayım oluşturma kavramıyla ilgili eksikliklerinin giderilmesi ve modellemenin bilişsel basamaklarının ortaya daha detaylı çıkarılabilmesi için problemlerin çözüm aşamasında yanıtlayacakları sorulara yardımcı olması amacıyla modelleme bilişsel basamakları hakkında bilgilendirme yapılmıştır.

Uygulama tarihinden bir gün önce öğrencilere, MOE'nin Tanıtıcı Makale bileşeni olan “Suyun Önemi ve Tasarruf” etkinlik kağıdı dağıtılarak altlarındaki soruları evlerinde yanıtlamaları istenmiştir.

Grup Rengi: Ad ~~SÜRE~~ 20 / 02 / 2024

### SUYUN ÖNEMLİ VE TASARRUF

Doğal kaynakların bilinçsiz kullanımı çabucak en büyük sorunu olarak canlı organizmaların tepkiliği ve içinde yaşadıkları çevrenin doğal kaynakları olan ekosistemi tüketiyor; atıkların havada, toprakta ve suda birleşmesi yol açıyor. Gelişen noktada kaynaklarımız tükenirken doğal yaşam büyük tehlikeye giriyor.

En küçük canlı organizmadan, en büyük canlı varlığa kadar, bütün biyolojik hayatı ve bütün insan faaliyetlerini ayakta tutan sudur. Dünyamızın 3/4'ünü su kaplamaktadır. İnsan vücudunun önemli bir kısmı su moleküllerinden oluşmaktadır. Vücudumuzun 2/3'ünün su moleküllerinden oluştuğunu öğrendiğimizde, suyun ne kadar önemli olduğunu anlayabiliriz.

Dünyada kişi başına su tüketimi yılda ortalama 800 m<sup>3</sup> civarındadır. Dünya nüfusunun yaklaşık 2/3'üne karşılık gelen 1,4 milyar insan yeterli içme suyundan mahrum olup, 2,3 milyar kişi sağlıklı suya hazretir.

Su tasarrufu, suya olan talebi azaltmak için ekonomik ve çevreci bir yoldur. Su tasarrufu, içme suyu temininde kullanılan malzemelerin ömrünü uzatır ve gölleri, barajları, akarsuları ve yeraltı suları gibi kaynakları korur.



Evlere müdeki çamaşır, bulaç makinesini kullanırken kaynakların etkili kullanımı bakımından enerji ve su tasarrufuna dikkat etmeliyiz. Evde harcanan suyun ortalama olarak %15'i çamaşır yıkamak için kullanılır. Çamaşır için sadece su değil, enerji ve deterjan da harcanır. Çamaşır makineleri tamamen dolduğunda çalıştırıldığında enerji, deterjan ve su tasarrufu edilebilir.

Nüfusun hızla artması, buna karşılık su kaynaklarının sabit kalması sebebiyle su ihtiyacı her geçen gün artmaktadır. Geleceğe bırakabileceğimiz başka bir dünyamız olmadığı için kaynaklarımızı sınırsızca kullanamayız.

Yukarıdaki bilgilere göre lütfen aşağıdaki soruları yanıtlayınız:

1. Doğal kaynakların bilinçsiz kullanımının zararları nelerdir?
2. Ekonomik ve çevreci bir yöntem olan su tasarrufunun sağladığı yararları nelerdir?
3. Su ihtiyacının her geçen gün artmasının en önemli sebepleri arasında neler yer almaktadır?
4. Daha fazla su tasarruf edebilmek için evlerimizde neler yapılabilir?

## Şekil 1. Tanıtıcı Makale

Uygulama sürecinde eş zamanlı olarak Fen Bilgisi derslerinde işlenen Evsel Atıklar ve Geri Dönüşüm konusunda yer alan kazanımlardan biri "F.7.4.5.3. Geri dönüşümü, kaynakların etkili kullanımı açısından sorgular." (MEB, 2018b, s.43) şeklindedir. Bu kazanım doğrultusunda hazırlanan tanıtıcı makale sınıfta yüksek sesle okunmuştur. Her gruptan öğrencilere söz hakkı verilerek tanıtıcı makalenin altında yer alan soruları sözlü olarak yanıtlamışlardır. Daha sonra öğrencilere bireysel etkinlik kağıtları dağıtılarak soru üzerinde bireysel olarak 15 dakika çalışmalarını için süre verildikten sonra grup çalışmalarına geçilmiştir.

### DETERJAN TÜKETİMİ PROBLEMİ

Bir çamaşırhanede çamaşır alma kapasitelerine göre A, B ve C türünde üç farklı model çamaşır makinesi vardır. Görselde verilen deterjanın, arkasındaki açıklamada bu makinelerin çamaşır yıkama kapasitelerine göre her yıkamada kullanılan sıvı deterjan miktarları verilmiştir.

MAKİNEZİNİZİN HACMİNE GÖRE UYGUN MİKTARI KULLANIN			
MAKİNE KAPASİTE	4-5 kg	6-8 kg	9+ kg
TEK SEFERLİK KULLANIM MİKTARLARI (ML)	195 ml	295 ml	390 ml

A B C

Çamaşır alma kapasitesine göre üç farklı makine bulunan bir çamaşırhanenin günlük çamaşır yıkama kapasitesi 50 kilogramdır. Makinede unutulabilecek renkli bir çamaşırın beyazların rengini bozması için beyaz çamaşırılar en fazla 12 kg çamaşır yıkayabilen büyük kapasiteli C türü çamaşır makinesinde yıkanmaktadır. Renkli çamaşırılar ise A ve B türü çamaşır makinelerinde yıkanmaktadır.

Günlük yıkama kapasitesini doldurulduğu ve renkli çamaşırılıarın beyaz çamaşırılıara oranının 2/3 olduğu bir günde en az sıvı deterjanı kullanmak için hangi makineler kaç defa çalıştırılmış olmalıdır?

(Görselde belirtilen miktarlar kullanılmıştır.)

## Şekil 2. Problem Durumu

## 2.4. Verilerin Toplanması ve Analizi

Öğrencilerin disiplinler ötesi yaklaşımla belirlenen tema çerçevesinde, 7. sınıf düzeyinde hazırlanan Modelleme Oluşturma Etkinliği uygulamasının modelleme yeterliğinin bilişsel süreç boyutuna nasıl yansıdığını belirlemek için araştırmacı tarafından hazırlanmıştır. Alanında deneyimli üç farklı ortaokul matematik öğretmeninden, soruların öğrencilerin seviyelerine uygun olup olmadığına ve öğrencilerin gerçek yaşamlarında anlamlandırabilecekleri durumları içerip içermediğine ilişkin görüşler alınarak uzman görüşüne sunulduktan sonra gerekli düzenlemeler yapılarak “Deterjan Tüketimi Problemi” MOE çalışma etkinliği hazırlanmıştır.

Grup çalışmaları esnasında her bir gruptan alınan ses kayıtları, tüm sınıfa hitaben gerçekleşen aktiviteler veya konuşmalar (örneğin öğretmenin tüm sınıfa verdiği yönergeler) için alınan ses kaydı, öğrenci çözüm kağıtları ve öğretmenin gözlem notları bu çalışmanın veri grubunu oluşturmuştur. Gözlem ve görüşmenin yanı sıra bu araştırmanın önemli bir veri kaynağını çalışma kağıtları oluşturmaktadır. Öğrencilerin yaklaşımlarını ayrıntılı olarak incelemeyebilmek amacıyla ses kayıtlarının transkriptleri oluşturmuştur. Öğrencilerin probleme yönelik geliştirdikleri çözümlerin incelenmesi amacıyla problem durumuyla birlikte dağıtılan altı sorudan oluşan çözüm kâğıtları doküman incelemesine tabi tutulmuştur. Son olarak yedi sorudan oluşan grup sunumlarından sonra dağıtılan etkinlik kağıdında yer alan sorulara verdikleri yanıtlarla; problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama bilişsel modelleme yeterliklerinin gelişimine yönelik ek bilgilerin elde edilmesi amaçlanmıştır.

Gruplar çözüm süreçlerini tamamladıktan ve sunumlarını gerçekleştirdikten sonra, çözüm kağıtları araştırmacı tarafından toplanarak ses ve video kayıtlarıyla eş zamanlı olarak analiz edilmiştir. Bu analiz sürecinde, öğrencilerin problem çözme sürecinde nasıl ilerledikleri, hangi düşünsel aşamalardan geçtikleri, çözüm için izledikleri stratejiler, grup içi tartışmaların içeriği, uyguladıkları işlemler ve olası hata kaynakları belirlenmeye çalışılmıştır.

### 2.4.1. Matematiksel Modelleme Yeterliklerinin Analizi

Araştırmada, grupların modelleme yeterlik düzeylerini belirlemek amacıyla Tekin-Dede ve Bukova-Güzel (2018) tarafından geliştirilen Modelleme Yeterlikleri Değerlendirme Rubriği (MYDR) kullanılmıştır. Bu rubrik, modelleme döngüsünde yer alan problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama basamaklarına uygun olarak yapılandırılmış ve altı temel basamaktan oluşmaktadır. Her basamak için belirlenen yeterlik düzeyleri rubrik içerisinde ayrıntılı bir şekilde tanımlanmıştır. Rubriğin kapsamını örneklendirmek amacıyla, problemi anlama aşamasına ilişkin düzeyler ve puanlama sistemi Tablo 1'de sunulmuştur.

**Tablo 1.** *Problemi Anlama Basamağına Yönelik Düzeylerin Belirlenmesi (Tekin-Dede ve Bukova Güzel,2018)*

Düzeyler	Tanımlama
Düzyey 1 0 puan	Problemi anlamadığını gösteren ifadelerle yer verme, verilenleri ve istenenleri belirleyememe ve aralarında ilişki kurmama/yanlış ilişki kurma.
Düzyey 2 1 puan	Problemi bir ölçüde anladığını gösteren ifadelerle yer verme, verilenleri ve istenenleri bir ölçüde belirleme ancak aralarında ilişki kurmama/yanlış ilişki kurma.
Düzyey 3 2 puan	Problemin tam olarak anlamlandırıldığını gösteren ifadelerle yer verme, verilenleri ve istenenleri belirleme ancak aralarında ilişki kurmama/yanlış ilişki kurma.
Düzyey 4 3 puan	Problemin tam olarak anlamlandırıldığını gösteren ifadelerle yer verme, ancak verilenleri ve istenenleri belirlerken önemsiz hatalar yapma buna rağmen aralarında ilişki kurma.
Düzyey 5 4 puan	Problemin tam olarak anlamlandırıldığını gösteren ifadelerle yer verme, verilenleri ve istenenleri belirleme ve aralarında uygun bir ilişki kurma.

Tablo 1'de gösterildiği üzere, MYDR'nin problemi anlama basamağı, öğrencilerin bu aşamada gerçekleştirebilecekleri çalışmaları ayrıntılı bir şekilde tanımlamakta ve her çalışma için verilecek puanları belirlemektedir. Problemi anlama basamağı, beş düzeyde ele alınmakta olup, bu aşamada alınabilecek en düşük puan 0, en yüksek puan ise 4 olarak belirlenmiştir. Benzer şekilde, MYDR'nin diğer basamakları; sadeleştirme basamağı 4, matematikselleştirme basamağı 5, matematiksel olarak çalışma basamağı 5, yorumlama basamağı 5 ve doğrulama basamağı 7 düzeyde değerlendirilmiştir. Her basamak için puanlandırma, 0'dan başlayarak birer birer artan bir sistemle yapılmaktadır. Bu doğrultuda, MYDR'den alınabilecek toplam puan 0 ile 25 arasında değişmektedir.

Öğrenci çalışmaları MYDR çerçevesinde analiz edilirken, grupların Model Oluşturma Etkinlikleri (MOE) süreçleri, sunumları ve çözüm kağıtları birlikte değerlendirilmiştir. MYDR'de tanımlanan düzeylere karşılık gelen öğrenci çalışmaları gözlemlendiğinde, ilgili basamağa uygun şekilde kodlama yapılmıştır. Örneğin, bir grup tarafından gerçekleştirilen doğrulama çalışmaları, "doğrulama" kodu altında sınıflandırılmıştır. Matematiksel modelleme süreci dinamik bir yapıya sahip olduğundan, sürecin tamamlanmasının ardından her basamak için ulaşılan son düzey, grubun nihai düzeyi olarak değerlendirilmiştir. MYDR'den elde edilen puanlar doğrultusunda, öğrencilerin modelleme yeterlikleri Tablo 2'de sunulan kategorilere göre sınıflandırılmıştır.

**Tablo 2.** Matematiksel Modelleme için Öğrenci Yeterlik Düzeyleri Kategorileri (Tekin-Dede, 2015)

Puan	Kategoriler
0-6 puan arası	Modelleme yeterliğine sahip değil.
7-12 puan arası	Bir ölçüde modelleme yeterliğine sahip.
13-21 puan arası	Kabul edilebilir ölçüde modelleme yeterliğine sahip.
22-25 puan arası	Üst düzey modelleme yeterliğine sahip.

### 2.5. Güvenirlik, Geçerlik ve Etik

Araştırmanın geçerlilik ve güvenilirliğini sağlamak için gerekli şartlar sağlanmıştır. Nitel araştırmalarda farklı veri kaynaklarından bir kodu veya kategoriye belgelendirmek için kanıt sunduklarında bilgiyi üçgenlemekte ve bulgularına geçerlilik sağlamaktadır (Creswell, 2013). Bu çalışmada veri toplama aracı olarak, çalışma yapıları, bireysel ve grup defterleri veri toplama aracı olarak kullanılmıştır.

Araştırmacı, öğrencilerden süreç boyunca çalışma kağıtlarına aldıkları notları ve gerçekleştirdikleri işlemleri silmemeleri için tükenmez kalem kullanmalarını, ayrıca düşündüklerini grup içinde tartışmalarını ve oluşturdukları modeller ile uyguladıkları tüm işlemleri kayıt altına almalarını istemiştir. Bu sayede, çalışma kağıtları öğrencilerin modelleme sürecinde sergiledikleri bilişsel becerilerin daha net görülmesine olanak sağlamıştır. Bulguların ilgili literatürle tutarlılığı dikkate alınarak ayrıntılı olarak açıklanmış ve yorumlanmıştır.

Veri toplama araçlarının geçerliliği için alanında uzman öğretim üyesinin görüşlerine başvurulmuş ve geri bildirimleri sonrasında gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Görüşmeler ses kayıt cihazına alınarak güvenilirliği sağlanmıştır. Araştırma etiği kapsamında katılımcı öğrencilerin isimleri kullanılmamış olup farklı şekilde isimlendirilmiştir.

### 3. BULGULAR

Bu bölüm, MOE uygulamasında grubun bilişsel modelleme yeterliklerinin seviyelerine ilişkindir. Grubun bilişsel modelleme yeterliklerinin seviyesini açığa çıkarmak amacıyla çözüm ve sunum sürecinden elde edilen çözüm yaklaşımları açıklanmaktadır.



Öğrencilerin tüm bilişsel modelleme yeterliklerinin incelenmesi amacıyla çalışmalarının amaçlandığı modelleme oluşturma etkinliğinin çözümünü gerçekleştirmişlerdir. Çözüm kağıdındaki soruları yanıtladıktan sonra ikinci dersin sonunda gruptan gönüllü öğrenciler çözümlerini sınıf arkadaşlarına sunmuştur. Sunumlardan sonra araştırmacı, yapılan çözümler ile ilgili olarak diğer grupların neler düşündüğünü sorarak çözümler üzerinde tartışılmasını sağlamıştır. Tartışmalardan sonra kesin doğru cevap belirlenmeden, çözümlerinde değiştirilmesi gereken yer olup olmadığına karar vererek 7 sorudan oluşan etkinlik sonu sorularını yanıtlamışlardır. Bunun üzerine bazı gruplar çözümlerini revize etmişler ve etkinlik sonlandırılmıştır. Araştırmanın bulguları, çözüm sürecine, çözüm kağıdı verilerine ve sunum sürecine ilişkin bulgular ve yorumlar olarak bölüm halinde sunulmuştur.

### 3.1. Deterjan Tüketimi Etkinliğinin Çözüm Sürecine İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Öğrenciler tüm bilişsel modelleme yeterliklerinin incelenmesi amacıyla çalışmalarının amaçlandığı, Deterjan Tüketimi Problemi'nin çözümünü gerçekleştirmişlerdir. Çözüm kağıdındaki soruları yanıtladıktan sonra ikinci dersin sonunda gruptan gönüllü öğrenciler çözümlerini sınıf arkadaşlarına sunmuştur. Sunumlardan sonra araştırmacı, yapılan çözümler ile ilgili olarak diğer grupların neler düşündüğünü sorarak çözümler üzerinde tartışılmasını sağlamıştır. Tartışmalardan sonra kesin doğru cevap belirlenmeden, çözümlerinde değiştirilmesi gereken yer olup olmadığına karar vererek 7 sorudan oluşan etkinlik sonu sorularını yanıtlamışlardır. Bunun üzerine bazı gruplar çözümlerini revize etmişler ve etkinlik sonlandırılmıştır.

Grup çalışmasına başlarken bir kişi gönüllü olarak problemi sesli şekilde okumuştur. Problem yüksek sesle okunduktan sonra arkadaşlarına “Şimdi siz burada nasıl çözdünüz?” sorusu yönelttiği için öğretmen, yapacakları çalışmanın grupça olacağını hatırlatmıştır. Ardından grup üyelerinden iki kişi problemin tekrar okunmasını istemiştir.

*Sude: “... kapasitelerine göre bu A, B ve C türünde üç farklı model çamaşır makinesi vardır. Görselde verilen deterjanın, arkasındaki açıklamada bu makinelerin.... olduğu bir günde en az sıvı deterjan kullanmak için hangi makineler kaç defa çalıştırılmalıdır ?” diyor. Şimdi siz burada nasıl çözdünüz?*

*Banu: Ben ilk baş C’de beyazların olduğunu düşündüm.*

*Öğretmen: Birlikte yapacaksınız.*

*Tuna: Oku oku.*

*Ümit: Evet.*

*Sude: Bir daha mı okuyacağım şimdi?*

*Banu: Ben okurum [Soruyu tekrar okur.]*

Grupça önemli yerlerin altını çizerek verilen ve istenenleri belirlemeye çalışmışlardır(Problemi Anlama). Ardından beyaz çamaşırların C makinesi tarafından yıkandığını söyleyen Banu’yu Sude onaylamıştır. Bu sırada Berat itiraz ederek problemi tam olarak anlamlandıramadığını göstermiştir. Probleme yazılı yeri gösteren Sude’ye Berat dışındaki tüm grup üyeleri katılmıştır. Ardından grupça önemli yerlerin altını çizerek verilen ve istenenleri belirlemeye çalışmışlardır (Problemi Anlama).

*Banu: Ben ilk baş C’nin şeyleri beyazları yıkadığını buldum.*

*Sude: Ha şimdi oraya yaz beyazları yıkıyor. 12 kg yıkıyor*

*Banu: [Görselde C makinasının altına 12 kg yazar.]*

*Berat: Hayır.*

*Sude: Burada yazıyor ya Berat.*

*Ümit: Evet.*

*Tuna: Evet.*

*Banu: Sonra bunların ikisi de renkli yazıyor [Banu sorunun: “en fazla 12 kg çamaşır yıkayabilen en büyük kapasiteli C türü çamaşır makinesinde yıkanmaktadır.” bölümünü tekrar okuyarak altını çizer.]*

Araştırmacının problemin anlamlandırıldığını ortaya çıkarmak amacıyla; gruba problemde ne istediğini sorduğunda; grup üyelerinden Tuna problemde istenilenlerden makinelerin kaç tur çalıştırılması gerektiğine deyinmeden en az deterjan kullanarak en hesaplısının seçilmesini istediğini belirtmiştir. (Problemi Anlama). Bunun üzerine grubun diğer elemanları problemi tam olarak anlamlandırdıkları ifadelerle yer vermişler ve isteneni tam olarak ifade etmiştir (Problemi Anlama). Problemde verilmeyen bilgilere ihtiyaçları olmadığını düşünerek sonuca ulaşabileceklerini ifade etmişlerdir (Sadeleştirme ve Yorumlama).

*Araştırmacı: Evet arkadaşlar anladınız mı problemi? Ne istiyor sizden?*

*Tuna: Hocam en hesaplısı hangisi hocam? [En az sıvı deterjan kullanmak için seçilmesi gereken çamaşır makinelerini kasteder.]*

*Araştırmacı: Birinci sorunun açıklamasına o zaman onu yazabilirsiniz.*

*Sude: Şey yazalım eee bir dakika. [sessizlik] bir günde [...] şunu yazsak olur mu?*

*Araştırmacı: Arkadaşların onaylarsa olur.*

*Berat: Olur, olur.*

*Banu: En az sıvı deterjanı kullanmak için hangi makinalar kaç defa çalıştırılmış olmalıdır yazalım bence.*

*Berat: Evet.*

*Sude: Renkleri ve beyazları ayrı hesaba katarak çözeriz. Öyle de yaz.*

*Banu: [1.1. soruya verdikleri yanıtı yazar.]*

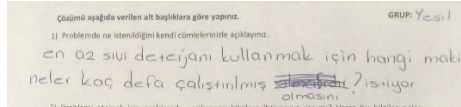
*Sude: Şey yazıyor kaç defa çalıştırılmış olmalıdır? Bu soruyu da bize soruyor.*

*Banu: Ama nasıl sığacak buraya zaten?*

*Sude: Kaç defa çalıştırılacak olmasını istiyor. Şurayı karala.*

*Banu: [Son kelimenin üstünü çizerek yazar.]*

*Kağıt Alıntısı:*



*Banu: Sonra bak buradan şu çıkıyor. A ve B renkleri yıkıyormuş. Burada böyle diyor.*

*Berat: Evet.*

*Sude: Ha burada böyle diyor ilk önce şu bak renkli çamaşırların beyaz çamaşırlara oranı 2/3'müş tamam mı?*

*Berat: Eee sonra.*

*Sude: Sende böyle yaptın değil mi? [Berat'a sorar.]*

*Banu: Tuna, Ümit baksana buraya.*

*Tuna: Tamam bakıyorum ben ya.*

*Sude: Sen de böyle yaptın.*

*Tuna: Ben mi?*

*Sude: He.*

*Tuna: Evet .*

*Ümit: Ben de böyle yaptım.*

Renkli ve beyaz çamaşırların miktarını belirlemek için toplam çamaşır miktarı olan 50 kg ile verilen 2/3 oranı ile ilişki kurmuşlar (Problemi anlama ve Sadeleştirme). Renkli ve beyaz çamaşır miktarını belirlerken önce yanlış varsayım oluşturan Sümmeye ve Banu kesri 12 ile genişletilerek renkli çamaşırların 24 kg beyaz çamaşırların ise 36 kg olduğunu onaylamıştır (Matematikselleştirme). Yanlış varsayım kurlmaları üzerine buldukları sonucu doğrulamışlardır (Doğrulama).

Berat itiraz ederek yaptıkları işleme göre toplam çamaşır miktarını 60 kg bulduklarını fakat 50 kg olması gerektiğini ifade etmiştir (Sadeleştirme ve Doğrulama). Aralarında yaptıkları tartışma sonucu Berat kesrin pay ve paydasındaki sayıları “3 ile 2'yi toplayarak 50'ye böldüğünü birim başına düşen miktarları hesaplayarak renkli çamaşırları 20 kg , beyaz çamaşırları 30 kg olarak bulduğunu” (Matematikselleştirme ve Matematiksel olarak çalışma) ifade etse de Sude ve Banu’yu ikna edememiştir. Diğer grup üyelerinin fikirlerini alan Sude işlemleri kontrol etmek istemiş (Doğrulama). Banu ve Sude modeldeki hatayı fark etmiş ve düzeltme yapmıştır. (Doğrulama, Matematikselleştirme ve Matematiksel olarak çalışma).

Sude: *Şimdi bu en fazla kapasitesi 50 yazıyor. Nerede orası 50 kilogramdır diyor günlük çamaşır yıkaması. Bunların toplamını 50 yapmaya çalışacağız değil mi?*

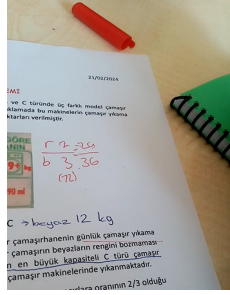
Berat, Tuna: *Evet.*

Araştırmacı: *Herkes onayladı.*

Sude: *Ben bunu 12 ile çarparak yaptım. Burası 24 oluyor Burası 36 oluyor.*

Banu: *Hayır 24'te 36 oluyor.*

Ekran Alıntısı:



Sude: *He işte tamam burayı 12 ile çarpıyoruz. Genişletiyoruz.*

Berat: *Ne alaka?*

Banu: *50 olması gerekmiyor mu ?*

Sude: *50 olması gerekiyor ya.*

Berat: *3 ile 2'yi topladım 5. Sonra 50'ye böldüm. Bir tanesini bir şeyisini.*

Banu: *Ben öyle yapmadım ben de Sude'ninki gibi yaptım.*

Berat: *Tamam hadi yapın.*

Sude: *Sen nasıl yaptın? [Tuna'a sorar.] Berat gibi mi?*

Berat: *Benim gibi yapmış.*

Banu: *Sen nasıl yaptın Ümit?*

Berat: *50'yi 5'e böldüm . Bir tanesini buldum.*

Sude: *Bu da bir yöntem ama aynı çıkıyor nasıl olsa*

Berat: *Aynı.*

Sude: *Aynı değil mi. (Onaylatır.)*

Berat: *Herhalde.*

Sude: *24/36 diye çıkıyor Değil mi*

Tuna: *Hıhı.*

Sude: *Ha aynı.*

Berat: *Hayır benimki biri bu 30 bu 20 çıkacak [Beyaz ve renkli çamaşır miktarını gösterir]. O, 24/36 toplamı 60 yapıyor.*

Sude: *60 mı yapıyor?*

Berat: *60 yapıyor.*

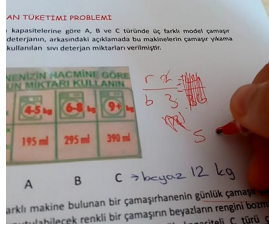
Tuna: *24'e 36'ya bölünce 60 mı ediyor?*

Berat: *Hayır ya 24 ile 36*

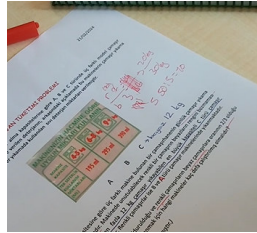
Sude: *Ha evet toplamları 60 yapıyor.-*

Berat: *İşte.*

Sude: Tamam  
Berat: Becerememişsiniz siz  
Tuna: Biz doğru yaptık yani  
Banu: Hayır.  
Sude: Hemen emin olmayın Tuna.  
Berat: Hadi yap.  
Tuna: Hadi bakalım öyle olsun hemen emin olmayalım.  
Sude: Tamam. Bunları topluyoruz 5 oldu. 50'yi 5'e bölüyoruz eşittir (24/36' yı karalar).  
Ekran Alıntısı:



Berat: 10.  
Banu: 50' yi 5'e bölersek 10 çıkar.  
Sude: 10' la çarpıyoruz bunu şu tepesine yazayım . Burası 20/30 yapar. Şimdi burayı 10' la çarptık tamam şimdi.  
Ekran Alıntısı:

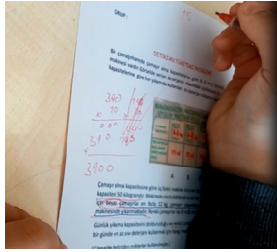


Berat, Tuna: Haydi haydi.  
Sude: Buranın ee şimdi bir dakika beyaz [...] burası kilogram oluyor.  
Berat: Evet.

Tüm çamaşırların A makinesinde yıkanması gerektiğini düşünen Tuna problemi tam olarak anlamlandıramadığından yanlış varsayım oluşturmuş ve problemin çözümüyle ilgisiz model oluşturacak şekilde hesaplama yapmıştır (Sadeleştirme, Matematikselleştirme ve Matematiksel olarak çalışma). Grubun diğer üyeleri renkli ve beyaz çamaşır miktarını belirledikten sonra varsayımlarını; ne kadar deterjan tüketildiğini bulmak amacıyla seçmeleri gereken makinelere karar vermek için oluşturmuşlardır (Sadeleştirme). Banu ve Sude beyaz çamaşırların C makinesinde yıkanması gerektiğine doğru karar vermiş olmalarına rağmen çözümlerinde 3 tur çalışması gereken C makinesinin 10 tur çalıştırılması gerektiğini düşünmüştür. Yanlış varsayım kurarak oluşturulan modelde deterjan miktarlarında yanlış sayı ile çarparak işlem hataları yapılmıştır (Sadeleştirme, Matematikselleştirme ve Matematiksel olarak çalışma). Berat'ın gruba "C makinesi sadece beyaz mı?" sorusunu yöneltmesinden sonra kendisine problem durumu gösterilince arkadaşlarına katılmıştır (Problemi anlama ve Doğrulama). Bu süreçte sadece Tuna beyaz çamaşırların C makinesinde yıkanması gerektiğini ayırt edememiştir.

Banu : En son burayı bulduk 10 oldu.  
Tuna : Bak şimdi ben A'yı buldum 50'yi 5'e böldüm 10 . 10 yıkama  
Sude : Bunları genişlettik 10 la  
Tuna : Sonra 10 ile 195'i çarptım 10 kere yıkıyor ya 50 kilogram olması için 10 kere yıkaması gerek. Sonra 10 u 195 ile çarptım. Hepsini öyle yaptım yani. (Tuna renkli ve beyazları ayırmamıştır.)

- Sude: *Ha hepsini bir çarpalım.*  
Tuna : *Aynen.*  
Sude : *Beyaz.*  
Berat: *Hayır niye beyaz*  
Sude : *İlk önce beyazla bir yapalım.*  
Banu: *C makinesi oluyor yani.*  
Sude: *Tamam işte*  
Banu: *390' la 10 u çarpacağız.*  
Sude: *Aynen.*  
Berat: *C makinesi sadece beyaz mı?*  
Sude,Banu : *Evet*  
Sude: *Burada öyle yazıyor ya*  
Banu: *Baksana .*  
Sude : *Altını çizdik ya Berat.*  
Berat: *C makinesi sadece beyazmış.*  
Tuna: *Aaa neden?*  
Sude: *A' yı 30 la çarpıyoruz. Ay 30 dedim 10'la çarpıyoruz. Bunları topluyoruz.*  
...  
Banu: *Devam edelim.*  
Sude : *Beyaz oluyor değil mi ? Yani C*  
...  
Berat : *Tamam hadi.*  
Sude : *190'ı 10'la çarptık kaç etti.*  
Berat : *195'i*  
Sude: *Tamam ben şöyle çarpmışım. (190 ile çarptığı işlemi 195 yapar.)*  
Ekran Alıntısı:



- Sude: *Yanlış çarptım sizin yüzünüzden. (Üstünü karalar.)*  
Tuna: *Kaçla çarptın 195'i ?*  
Sude: *10 ile çarpacağız.*  
Tuna: *1950 yapıyor işte.*  
Sude: *Tamam işte çarptım.*  
Tuna: *Niye işlemle çarpıyorsun?*  
Sude: *Evet doğru bir dakika aaa...*

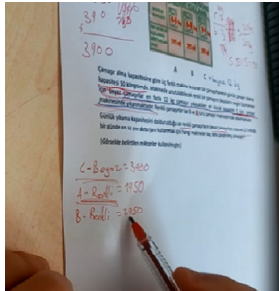
Sude ve Banu bir ölçüde kabul edilebilir varsayımla oluşturdukları hatalı modeldeki hesaplamada; A, B ve C makinalarında kullanılan deterjan miktarlarını  $195 \times 10 = 1950$ ,  $295 \times 10 = 2950$  ve  $390 \times 10 = 3900$  ml. olarak bulmuşlar ve en az deterjanın kullanılması için A ve C makinelerini belirlemişlerdir. (Matematikselleştirme ve matematiksel olarak çalışma). Tuna, bir önceki aşamada C makinesi için bulunan değer 1950 ml olduğunu sorgulatması üzerine Berat tekrar C makinesinde beyazların olduğunu ve kurduğu doğru varsayım üzerine 1950 ml nin de fazla olduğunu belirtmiştir (Doğrulama).

Grup arkadaşlarının A ve B çamaşır makinelerinin yıkama kapasitelerini söylemleri üzerine her makinada 50 kg çamaşır yıkandığını varsaydığından Tuna yanlış oluşturduğu model üzerinde sözel olarak hesaplamalarına devam etmiştir (Matematikselleştirme ve Matematiksel olarak çalışma). Berat, Tuna'ya gerçekçi varsayım ile kurduğu modeli : “ 20 kilo değil mi beyaz yok 30 kilogram beyazlar İşte 3 defa yıkıyor. 30'u 12'ye bölsene.”(Doğrulama, Matematikselleştirme) şeklinde ifade ettiğinde öğretmene sorarak doğrulama gereği duymuştur. Grup üyeleri beyaz çamaşırlar için kurulan gerçekçi varsayımına dayanan çalışma bölümüne geçmiştir (Matematikselleştirme).

Banu: Öyle mi oluyor?

Sude: Evet öyle oluyor. [...]. Tamam şimdi burada A ve C'yi alıyoruz. Çünkü bu daha fazla geldi.

Ekran Alıntısı:



Tuna: C niye 3900?

Ümit: Evet ya C niye 3900?

Tuna: 1950 bulduk ya.

Berat: Evet.

Sude: Çaptık Ya hani bunu 10'la.

Berat: C sadece beyazmış.

Ümit: Haaa.

Tuna : Ama 5 kere yıkıyor ya bu.

Ümit : 5 defa yıkıyor ya.

Sude: Neden?

Tuna: Çünkü o, 9 ile 12 arasında yıkayabiliyor ya . 10 la yıkadın mı 50/10 5 defada yıkıyor.

Sude: E o zaman bunları neden 10 la çarptık.

Tuna: Çünkü bu 10 defa da yıkıyor. Bu kaçla kaç arasında?

Sude : 6 ile 8 arasında.

Tuna: Bu da 7 defa yıkıyor yok 8 defa.

Berat: 7 defa 7, 7

Banu: Eee bu da 4 ile 5 arasında diyor ya.

Tuna: Doğru doğru 7 defa yıkıyor.

Tuna: Bu 5 bu 7 Bu da 10 defa yıkıyor bak. Yok tam tersi bu 10 bu yedi bu 5.

Berat: Ama bak bir şey söyleyeceğim. Bu sadece beyazmış.

Berat: O yüzden 2 defa yıkıyor.

Tuna : Oğlum beyaz da 50 kilogram ya.

Berat: Hayır.

Sude: Toplam 50 kilogram.

Tuna: O zaman nasıl yapacağız

Berat: 20 kilo değil mi beyaz yok 30 kilogram beyazlar. İşte 3 defa yıkıyor. 30'u 12'ye bölsene.

Banu: Hocam yanlış bir şey mi var söyleyin de bilelim.

Tuna : Hocam C sadece beyazları mı yıkıyor?

Öğretmen: Öyle yazmıyor muydu burada ne yazıyordu?

- Sude:* Evet öyle yazıyor.  
*Banu:* Evet hocam C beyazları yıkıyor diyor.  
*Berat:* 3 defa oluyor 3 defa. [Beyaz çamaşırların C makinasında 3 tur yıkanması gerektiğini ifade eder.]  
*Sude:* Ya siz neyi diyorsunuz ?  
*Berat:* 3 kere çalışıyor beyazları yıkamak için.  
*Sude :* Tamam işte bunu 3 ile çarpacağız.  
*Berat:* Tamam çarp.  
*Banu:* C'yi çarp 3 ile bi.

Grup çalışması sürecinin başında verilenleri tam olarak anlamlandıramadığı için Tuna tüm makinalarda yıkanan çamaşırların 50 kg olduğunu kabul ederek kurduğu yanlış varsayım üzerine yaptığı sözel hesaplamalarla grup üyelerini etkilemiştir. Bu aşamada çamaşır miktarlarını ve renkli çamaşırların yıkandığı makineleri doğru anlamlandıran Tuna'yı arkadaşları onaylamıştır ( Problemi anlama ve Doğrulama). C makinası için yapılan işlemde hata yapılarak bulunan 1070 değerini düzelterek 1170 yapmışlar ve bir önce kurdukları yanlış varsayım ile hesapladıkları 3900 değerini değiştirerek 1170 olarak düzeltmişlerdir (Doğrulama). Renkli çamaşırlar için kullanılan deterjan miktarıyla ilgili yapılan çalışma sürecinde Berat B makinasının 3 tur çalıştırılması gerektiğini söylediğinde; en fazla çamaşır alma kapasitesine göre (8 kg) üç turda 24 kg yıkanması gerektiği düşünen Sude'ye oluşturduğu varsayımın doğru olduğunu sözel olarak yaptığı açıklamayla aktarmıştır (Matematikselleştirme, Matematiksel olarak çalışma ve Doğrulama). Renkli çamaşırların tamamının B' de yıkanacağı ihtimaliyle yaptıkları hesaplamaların işlem kontrolü yapıldıktan sonra A makinesi için gereken deterjan miktarını belirleme aşamasına geçmişlerdir (Doğrulama).

- Tuna:* Ya o zaman bunlarda sadece renkleri yıkıyormuş A ile B.  
*Berat:* Öyle mi?  
*Tuna* Evet öyle yazıyor.  
*Sude:* Evet  
*Tuna:* Renkli çamaşırlar ise  
*Tuna* O zaman niye bunu 50'ye böldük.  
*Sude:* 50'ye mi böldük  
*Banu :* Siz öyle dediniz de o yüzden öyle yaptık.  
*Sude:* Toplam [... ]  
*Berat:* C'yi yapsana sen bi.  
*Berat:* 390 ile 3'ü çarp. [C makinasının verilerini eliyle gösterir.]  
*Sude :* Beyaz 3 tamam Şuraya yapıyorum.  
*Berat:* Hadiii..  
*Sude:* 3 ile çarpıyoruz.  
*Berat:* Hıhı 1070, 1070 [Onaylar.]  
*Sude:* Tamam bir yapayım.(işlemi yazar).baksanıza buraya bu kaç oluyor?  
*Banu:* 1170.  
*Sude:* 3 defa yıkıyor. 3 kere yıkandı.  
*Banu:* A yı şey şimdi 3'le çarptık.  
*Sude:* Hayır Bunları da 2 ile çarpacağız. [A ve B yi gösterir. ]  
*Berat:* Ee bu kaç sadece renkli miydi?  
*Sude:* Bunların ikisi sadece renkli 2 ile çarpacağız.  
*Tuna:* Beyazlar 30 kilo bunlar da 20 kilo.  
*Berat:* Bunu da 3 ile çarpacağız çünkü en fazla 8 yapıyor .( B makinesi ile ilgili yapılan hesaplama.)  
*Banu:* Çarp 3 ile.

*Berat: Yani iki kere olunca 16 oluyor. Olmuyor 3 ile çarpıldı .Sude 3 ile çarpıldı Sude: neden?*

*Berat: Ya bak En fazla 8 kilo yıkıyormuş ya.*

*Sude: Ha.*

*Berat: 8, 8 daha 16 iki çalışmada yıkayamıyor hepsini. O yüzden 3 çalışmada yıkayacak.*

*Sude: 16'ya 8 ekle 24.*

*Berat: Tamam ama en az 6, 6 ile 8 arasında da olabilir. Anladın mı?*

*Sude: Burası 20 kilogram çıktı 20'yi aşılıyor ama.*

*Berat : Ya bak. .*

*Sude: Acaba şöyle olabilir mi Berat Bir dakika beni dinle.*

*Berat: Sen beni dinle 6 6 daha 12 8 daha. 3 işte.*

*Sude: İşte bende onu diyecektim 3 ile çarpıyoruz.*

*Berat: 3 işte.*

*Sude: Şuraya bir dakika 6- 6- 8 3 ile çarpıyoruz (20 kg renkli çamaşır için B makinesini gösterir.)*

*Berat: Tamam 295'i 3 ile çarp ..Siz yardım ediyor musunuz etmiyor musunuz (Sude işlemi yaparken arkadaşlarına söyler.)*

*Tuna: Ediyorum ya.*

*Sude: Bak şunu kontrol edin doğru mu çıktı?*

*Berat: Doğrudur dur bir bakayım.*

*Banu: Bu kadar çıkmaz ki 295 ile 3 ü çarpınca (Berat işlemi yapar 9 kere 3..)*

*Tuna: Ne yapıyorsun sen?*

*Berat: 885 doğru.*

*Sude: Tamam. Bu neydi şimdi B. Tamam şimdi.*

Grup üyelerinden Berat'ın A makinesiyle ilgili hesaplamaları da diğer arkadaşlarının yapmasını istemesi üzerine grubun diğer üyeleri oluşturdukları modeli öğretmene onaylatma gereksinimi duyarak A makinesi için gerekli hesaplamalara geçmiştir (Matematikselleştirme, Matematiksel olarak çalışma ve Doğrulama). Tüm makinelerin 10 tur çalıştırılmasını varsayarak yaptıklarını düzelterek kurdukları gerçekçi varsayım üzerine hesaplamalarını tamamladılar (Sadeleştirme, Matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma). Ardından çözüm aşamasında A, B ve C makineleri; hangi makinelerin seçilmesi ve kaç tur çalıştırılması gerektiğini düşündükleri ihtimaller üzerine kurulan varsayımla ilgili buraya kadar yaptıkları hesaplamaları kontrol ettiler. Bu sırada yalnızca işlemlerin değil varsayımların ve modelin de doğrulamasını yapmışlardır (Doğrulama). Yapılan kontrolden sonra tüm çamaşırların yıkanması için en az deterjanı tüketerek çalıştırılması gereken makinelerin hangileri ve kaç tur çalıştırılması gerektiğini belirlemek amacıyla oluşabilecek farklı kombinasyonlardan varsayımları doğrultusunda yaptıkları seçimler sonucu elde ettikleri sonuçları kıyaslayarak A makinesinin 4, C makinesinin 3 kere çalıştırılması gerektiğine grupça karar vermişlerdir (Yorumlama).

*Berat: A'yı da siz Bulun bakalım.*

*Tuna: Tamam hadi ver bakalım.*

*Banu: Hadi a'yı da siz bulun.*

*Tuna: 20 kilogram mıydı A.*

*Berat: Evet.*

*Tuna: Tamam  $5 \times 4 = 20$  , 4 kere yıkanacak değil mi hoca?*

*Ümit: 4 defa yıkanacak.*

*Sude: Ama hani en az diyor ya en azı düşünerek*

*Ümit: 5 diyor oğlum 5.*

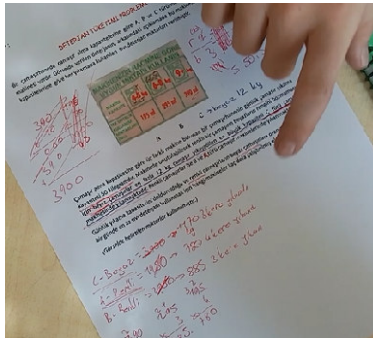
*Tuna: Nasıl? ..En az 4 kere yıkayabiliyor tamam 4 kere hocam.*

*Berat: 4 kere evet.*

*Öğretmen: Neye göre 4 kere.*



- Tuna: En fazla 5 kere yıkayabiliyor ya hocam.  
Berat : En fazla 5.  
Öğretmen: Peki şey mi bu 20'yi sadece bundan mı oluşturacaksınız? Sırf bununla bunun toplamından mı? Çünkü bu renkli ikisi de yıkıyor herhalde. [A ve B makinerini gösterir.]  
.....  
Sude: Hangileri diyor?  
Berat: Tamam hadi A'yı da bul A'yı da bul.  
Sude : Şey hani bunu 5 ile çarpacağız .Bunu da 4 ile çarpacağız önce onları.  
Berat: 4 ile çarp 195 kere 4.  
Öğretmen: Yani şu an siz şöyle mi şey yaptınız doğru mu anladım?  
Berat: Hepsini buluyoruz.  
Öğretmen: 20 kilogramınız var ve 20 kilogramı A ile bulacaksınız sonra B ile bulacaksınız.  
Sude: Teker teker yapacağız.  
Öğretmen: Sonra haa.  
Berat: Ne kadar deterjan harcadığımı.  
Öğretmen: Anladım.  
Berat: Ha sonra.  
Sude: Tamam bulduk. Bu neden 3 kere?  
Berat: Ne 3 kere?  
Sude: Beyazı neden 3 le çarptık.  
Sude: Bir dakika bir dakika.  
Berat: Ya 3 kere yıkadığı için işte ya.  
Banu: Burda kaç kere yıkandı.  
Sude : Burda üç kere mi yıkandı.  
Berat : Evet yazıyor ya orada.  
Sude : Şimdi hangisi daha az  
Berat: B mi B mi ?  
Sude : Hangisinde daha az sıvı kullanıldı ? A. Bi dakika.  
Berat: Hayır ikisinin toplamı olacak çünkü renklilerle beyazlar farklı  
Berat: A da kaç kullanıldı?  
Sude: 4.  
Berat: Hayır 4 değil burada kaç yazıyor?  
Ekran Alıntısı:



- Sude: 780.  
Berat : B'de ?  
Sude: 885.  
Berat : O zaman A ve C renklilerle beyazlar. A ve C yaz  
Sude: İşte en az dediği için.  
Berat: Tamam işte A ve C.  
Tuna: A ve C mi diyor o?

Berat: Evet.

Araştırmacı: Karara vardı grup.

Berat: Evet.

Sude: Son bir kere daha kontrol yapacağız.

Banu: En az diyor A 1700 şey çıktı ya [1170 demek istemiştir.]

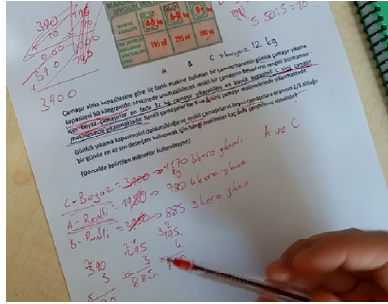
Sude: Tamam.

Sude: Hayır bu beyaza özel ya başka beyaz yıkayan yok ya. Tamam mı?

Berat: Tamam bitti bitti.

Sude : Hayır bir kontrol edelim.

Ekran Alıntısı:



Berat: Tamam edin.

Sude: Edeyim mi? Gel buraya şimdi Tuna' ya da söyle. Şimdi biz bunu son bir kere daha kontrol edelim. Berat bak bi

Banu: Daha kağıdı dolduracağız hadi.

Berat: Şimdi kontrol edecekmişiz. Ya doğru ya.

Tuna: Ya doğru.

Sude: Bir dakika.

Berat: Nasıl kontrol edeceğiz?

Sude: Neden bunu 3 le çarpıyoruz ( C makinasını gösterir.)

Berat: Hangisi bunu mu?

Banu: Hıhı.

Berat: Çünkü 3 kere çalıştığı için 30 kilo şeyi.

Banu: 9'u 3 le çarp.

Berat: Ya 9'un üstünü toplamda 12 kilo yıkayabiliyor bu en fazla.

Sude: Eee...

Berat: Eeesi o yüzden.

Sude: Yani 10 da olabilir diyorsun.

Berat: Evet.

Sude: Ama burda ha tamam anladım.

Tuna: Evet doğru hadi.

Banu: A ile C diyoruz.

Berat: Evet.

Sude: Tamam.

Berat : Hocam bizim bitti.

Araştırmacı: Sayısal sonuç probleminiz için yeterli yanıtı oluşturdu mu? .Grup onayladı mı bunu.

Araştırmacı: Yazınız o zaman onu [Sunumlardan önce dağıtılan çalışma kağıdını doldurulması gereken yeri gösterir.]

Sude: Şey şu cevabı.

Araştırmacı: Tamam.

Sude: Ümit kabul etti mi? Sonra geldi.

Sude: A ve C makineleri çalışır. Toplam 7 kez çalışır. Şey ne diyecektim? A 4 kez C ise 3 kez.

### 3.2.Deterjan Tüketimi Etkinliğinin Çözüm Kağıdı Verilerine İlişkin Bulgular ve Yorumlar

Grubun problem durumuyla birlikte dağıtılan; modelleme yeterlikleri bilişsel basamaklarının belirlenmesine yönelik sorulardan oluşan çözüm kağıdında bulunan altı soru ile geliştirdikleri çözümlerin incelenmesi amaçlanmıştır. Sunumlardan önce çözüm kağıdındaki sorular yanıtlanmıştır. Çözüm kağıdındaki sorularda sırasıyla; problemde ne istenildiği, gerçek yaşama uygun olarak belirlenen varsayımları, problemin çözümü, problemin yanıtı ve yanıtın yeterli olup olmadığı, işlemlerini kontrol ederek çözümlerinin doğru olup olmadığını yorumlanması istenmiştir. Soruların yanıtlanması aşamasında Tuna ve Berat çözüm aşamalarında doğru varsayımları oluşturmalarına rağmen varsayım ifadesini kavramsal olarak anlamlandıramadıklarını ifade ettiklerinde diğer grup üyeleri, bir önceki uygulama probleminde yapılan açıklamalara değinmiştir.

Sude : Bana bakın bunu birlikte dolduracağız. [Çalışmanın bittiğini sanarak dışarı çıkmak isteyen arkadaşlarına söyler.]

...

Banu: Problemi çözmek için problemde verilmeyen bilgilere ihtiyacınız var mı? [soruyu okur.]  
Tuna beraber yapacağız.

...

Tuna: Varsayım ne?

Berat: Varsayımları ben anlamıyorum ya

Tuna: Ha.

Sude: Anlattı ya öğretmen, kaç kere olduğunu farz ediyoruz.

Banu: Olduğunu [...] ve gerçek.

Sude: Problemi çözmek için varsayımlarınız ne ler olabilir? [1.3.sorunun cevabını yazarlar]

...

Sude: Buraya işlemleri yazacağız şimdi [Grup çalışması sırasında yaptıkları çözümü yazmaya başlamıştır] yazalım.

Banu: Şu çarptıklarımız yap.

Sude: Beyaz 2/3.

Banu : 10 yap.

Sude:  $2 + 3 = 5$   $50:5 = 10$

Sude: 10'la çarpacağız.

Banu: 20/30.

Sude: Renkli [Sesli bir şekilde söyleyerek yazar.]

Banu: 1170 yaz.

Sude: Yaz direk.

Banu : 780 .

Sude: 780.

Banu: 885.

Sude: 885.

Banu: A ve C çıkıyor yanına da A ve C yaz.

Sude: Bekle 3 kere yıkandı.

Banu: Onları yazmaya gerek yok çarpı 4 filan yaz.

Sude: [4.sorunun yanıtını yazar A ve C nin toplamı...yıkandı. A ve C makineleri...]

Sude: Kaç defa çalıştırılmış olabilir diyor.

Sude: 1 dakika [...]7 kez çalıştırılır. Şunların çarpımını da yazalım. 390...

*Araştırmacı:* Problemin cevabını söylemeyeceğiz en doğrusuna kendiniz karar vereceksiniz neden söylemeyeceğiz çünkü sunumlardan sonra 7. Soruyu dolduruyoruz ya.

*Banu:* [4. sorunun yanıtı yazılır] hocam oldu ha şunu dolduracak mıyız?

*Araştırmacı:* O grup sunumlarından sonra.

..  
*Sude:* Yaptık biz [Soruların yanıtını tamamlarlar.]

*Araştırmacı:* Tamam.

Şekil 3'de verilen grup çözüm kağıdındaki sorulara verilen yanıtlar incelendiğinde; problemi tam olarak anlamlandırdıkları ve verilenle istenenleri belirleyerek aralarında uygun bir ilişki kurduklarını, gerçekçi varsayımlar kurmalarıyla oluşturdukları modeller doğrultusunda çözüme ulaştıkları için problemde verilmeyen bilgilere ihtiyaç duymadıklarını, yaptıklarını kontrol ederek çözümlerinin doğru olduğunu ifade edilmiştir.

1) Problemde ne istenildiğini kendi cümlelerinle açıklayınız.  
en az sıvı deterjanı kullanmak için hangi makine  
neler kaç defa çalıştırılmış ~~olabilir~~? istiyor  
olmasını

2) Problemi çözmek için problemde verilmeyen bilgilere ihtiyacınız var mı? Varsa bu bilgiler neler olabilir?  
~~Var~~ ~~Yok~~ yok

3) Problemi çözmek için varsayımlarınız neler olabilir? Varsayımlarınızı belirlerken mantıklı olmasına ve gerçek yaşama uygun olmasına dikkat ediniz.  
Olduğunu sanıyoruz gerçek hayata uygununu  
düşünüyoruz

4) Problemi çözmek için gerekli işlemleri yazınız ve problemi çözünüz.  
$$\frac{r}{b} = \frac{2}{120} \rightarrow \frac{20}{30}$$
$$2 + 3 = 5$$
$$50 \cdot 5 = 10$$
$$C - b = 1 + 70 \text{ 3 sekunde } 3 \cdot 90 \cdot 3 = 1170$$
$$A - r = 780 \text{ 4 sekunde } A \text{ ve } C \text{ 195, } u = 780$$
$$B - r = 885 \text{ 3 sekunde } 295 \cdot 3 = 885$$

A ve C makineleri çalışır  
1 + 1 = 2 kez çalışır  
u + e3 = 7 kez çalışır

5) Problemin yanıtı nedir? Bulduğunuz sayısal sonuç sizin probleminiz için yeterli yanıt oluşturdu mu? Mantıksal bir çerçevede açıklayınız.  
A ve C makineleri çalışır  
toplam 7 kez çalışır  
A = 4 kez C ise 3 kez

6)Yaptıklarınızı kontrol ediniz. Çözümünüz doğru mu? Evet ise nedenini açıklayınız. Hayır ise çözümünüzü düzeltiniz.  
kontrol ettik doğru olduğunu düşünceyiz.

Şekil 3. Çözüm Kağıdı 1-2-3-4-5-6. Soru Yanıtları

### 3.3. Deterjan Tüketimi Etkinliğinin Sunum Sürecine İlişkin Bulgular ve Yorumlar

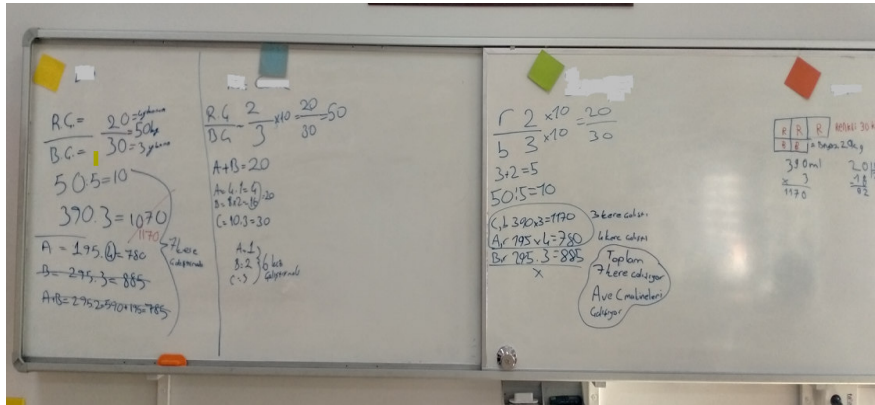
En az deterjanın kullanılabilmesi için hangi makinelerin kaç defa çalıştırılması gerektiğine karar verilirken Tablo 3' de verilen beş durumun göz önünde bulundurulması ve sonuçların karşılaştırılması gerekmektedir.

Tablo 3. Deterjan Tüketimi MOE problem durumun olası çözüm sonuçları

DURUM	A (195 ml)	B (295 ml)	C (390 ml)	TOPLAM (ml)
I	2	2	3	2150 ml
II	3	1	3	2050 ml
III	-	3	3	2055 ml
IV	1	2	3	1955 ml
V	4	-	3	1950 ml

Yapılacak karşılaştırmalar sonunda tüm çamaşırların en az deterjanın kullanılarak yıkanması için V. durum seçilmelidir. Yeşil grup çözüm aşamalarında beş durumdan varsayımları doğrultusunda kurdukları modeli çözümleyerek, tabloda verilen beş durumdan III. ve IV. durumu incelemiş ve karşılaştırmıştır. Beş farklı durum içerisinde ikisini göz önünde bulundurarak belirledikleri durum, seçilmesi gereken V. durum olduğu için doğru sonuca ulaşmışlardır.

Yeşil grup üyelerinden gönüllü olarak belirlenen öğrenci yaptıkları çözümü sınıf arkadaşlarıyla paylaşarak sunum yapmıştır. Sunum sonunda araştırmacı tarafından değiştirmek istedikleri yer olup olmadığı sorulduğunda, olmadığını belirtmişlerdir. Yeşil grup üyelerine diğer sınıf arkadaşları tarafından bir soru yöneltilmediği için sunum tamamlanmış ve tüm grup üyelerinden etkinlik sonu dağıtılan soruları tamamlamaları istenerek etkinlik sonlandırılmıştır. Grup çözümlerinin sunum sonunda yapılan düzeltmeler Şekil 4' de verilmiştir.



Şekil 4. Sunum Sonu Revize

Araştırmacı: Evet yeşil grubun çözümünü anlatıyor arkadaşımız. [Sunum için gönüllü grup üyesi gelir.]

Sude: Şimdi ilk önce biz renklilerin ve beyazların oranını bulduk [r/b yazar.] Şimdi en fazla 50 kilogram aldığı için 3 ile 2'yi topladık = 5 .Bu sayı 50'ye böldük. Sonra bunları 10'la çarptık genişlettik (2/3 kesrini genişletir.)Renklilerin 20 beyazların 30 olduğunu bulduk.

Şimdi [Tahtaya A, B ve C harflerinin yanına sırasıyla r, r ve b yazar.] C de beyazların A ve B de renklerin yıkadığını yazdık.

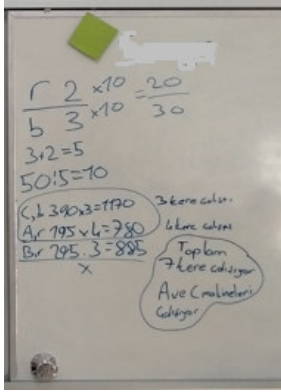
Araştırmacı: Oradaki A, B ve C'nin yanına yazdığın b beyazlar, A ve B'de renkliler anlamında.

Sude: Evet.

Araştırmacı: Tamam.

Sude: 390ı 3 ile çarptık. [Çözüm kağıdında yer alan yaptıkları çözümü yazar.]

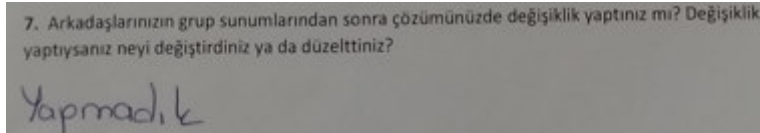
Ekran Alıntısı:



Araştırmacı: Yeşil grubun değiştirmek istediği yer var mı?

Grup üyeleri: Yok.

Etkinlik sonu verilen doğrulama yeterliği kapsamında sorulan “Sunumlardan sonra çözümünüzde değişiklik yaptınız mı?” Değişiklik yaptıysanız neyi değiştirdiniz ya da düzelttiniz?” sorusuna yapmadıklarını ifade etmişlerdir.



Şekil 5. Çözüm Kağıdı 6. Soru Yanıtı

Grubun çözüm yaklaşımları incelendiğinde, en az deterjanın tüketilen belirlemesi amacıyla beş farklı durum içerisinden ikisini göz önünde bulundurdıkları için bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlar oluşturdukları düşünülmüştür. Söz konusu varsayımlarına dayalı olarak doğru matematiksel model oluşturup çözümünü gerçekleştirmişlerdir. Elde ettikleri çözümü gerçek yaşam bağlamında doğru bir şekilde yorumlamışlardır. Süreç boyunca doğrulama yaklaşımında bulunan grup elemanları belirledikleri hataların hepsini düzeltmiş olsalar da göz önünde bulundurmaları gereken beş durumun tamamını karşılaştırmadıkları için bir ölçüde düzeltme yapmış olarak değerlendirilmişlerdir. Söz konusu değerlendirmeler sonucunda Yeşil grubunun bilişsel modelleme yeterliklerinin düzeyleri Tablo 4’de verilmiştir.

**Tablo 4.** *Deterjan Tüketimi MOE Uygulamasında YEŞİL Grubun Bilişsel Modelleme Yeterliklerinin Düzeyleri*

YEŞİL GRUP	Deterjan Tüketimi MOE
Problemi Anlama	4
Sadeleştirme	2
Matematikselleştirme	2
Matematiksel Olarak Çalışma	4
Yorumlama	4
Doğrulama	5
<b>TOPLAM</b>	<b>21</b>

MYDR'den alınabilecek toplam puan 0 ile 25 arasında değişmektedir. Sürecin tamamlanmasının ardından her basamak için ulaşılan son düzey, grubun nihai düzeyi olarak değerlendirilerek Yeşil grubun, MYDR'den alınan puanlar doğrultusunda bilişsel modelleme yeterlik düzeyleri 21 puan olmuştur. MYDR'den alınabilecek toplam puan 0 ile 25 arasında değişmektedir. Tablo 2'de verilen *Matematiksel Modelleme için Öğrenci Yeterlik Düzeyleri Kategorileri*'ne göre MYDR'den elde edilen 21 puan doğrultusunda, öğrencilerin "Kabul edilebilir ölçüde modelleme yeterliğine sahip" kategorisinde olduğu belirlenmiştir.

#### 4. Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu çalışma, disiplinler ötesi bir yaklaşımla matematiksel modelleme süreçlerinin 7.sınıf düzeyindeki öğrencilerin bilişsel modelleme yeterliklerine yansımalarını incelemek amacıyla gerçekleştirilmiştir. Araştırmada, matematik dersinde Oran ve Orantı konusunu işledikleri süreçte öğrencilerin Deterjan Tüketimi Modelleme Oluşturma Etkinliği (MOE) üzerinde çalışmalarına odaklanılmıştır. Çalışmanın bulguları, öğrencilerin modelleme bilişsel basamaklarını takip ettiğini ancak beş farklı durum içerisinde ikisini göz önünde bulundurdıklarından bir ölçüde kabul edilebilir varsayımlar oluşturdukları üzerinden değerlendirme yapılmıştır. Bu nedenle sadeleştirme, matematikselleştirme ve yorumlama basamaklarından tam puan olarak değerlendirilememiştir.

Yapılan araştırmalar, öğrencilerin bilişsel modelleme yeterliklerinin gelişiminin uzun bir süreç olduğunu ve bu gelişimin sürekli uygulamalarla desteklenmesi gerektiğini ortaya koymaktadır (Çoksöyler ve Bozkurt, 2021; Yıldırım ve Şimşek, 2022). Öğrencilerin bilişsel modelleme yeterliklerinin değerlendirildiği bu çalışma, daha kapsamlı uzun sürede yapılan uygulamanın bir parçasıdır. Bu süreç içerisinde "Deterjan Tüketimi MOE" disiplinler üstü yaklaşımla hazırlanan ilk uygulama olmasına rağmen öğrencilerin bilişsel modelleme yeterlikleri düzeylerinin oldukça iyi bir kategoride olduğu belirlenmiştir. Bu durumun disiplinler üstü yaklaşım çerçevesinde belirlenen global konunun "Geri Dönüşüm" olması ve bu konunun eş zamanlı olarak fen bilgisi derslerinde işlenmesinden dolayı sonucu olumlu etkilediği düşünülebilir.

Benzer şekilde, literatürde de matematiksel modelleme süreçlerinin öğrenciler için hem zorluk hem de öğrenme fırsatları sunduğu belirtilmiştir. Ayrıca, modelleme problemleri gibi karmaşık gerçek hayat problemlerinde, öğrencilerin çözümlerinin bir düzene girmesi ve nasıl ilerleyecekleri konusunda rehber olması için modelleme döngüsünün kullanılması önerilmektedir (Blum ve Leiss, 2007). Örneğin, Blum ve Ferri (2009), modelleme becerilerinin geliştirilmesinde grup çalışmalarının önemli bir etkisi olduğunu vurgulamaktadır. Bu çalışmada da öğrencilerin grup içinde fikir alışverişi yaparak modelleme yeterliklerini birleştirme süreci, bireysel yaklaşımlardan farklı olarak öğrenci bilişsel seviyelerinin birbirini desteklemesine imkan tanımıştır.

Türkiye’de matematik eğitimi alanında, özellikle matematiksel modelleme yeterlikleri ve bilişsel süreçler üzerine çeşitli çalışmalar bulunmaktadır. Bilişsel perspektif bağlamında yapılan çalışmalar, öğrencilerin matematiksel modelleme süreçlerinde hangi bilişsel becerileri geliştirdiğini incelemiş ve öğrencilerin modelleme süreçlerinde grup çalışmalarıyla desteklenmesi gerektiğini ortaya koymuştur (Çoksöyler ve Bozkurt, 2021). Ancak, disiplinler ötesi (transdisipliner) yaklaşımlar ile matematik modelleme sürecinin bütünleştirildiği araştırmaların sayısı sınırlıdır. Eğitimde multidisipliner, disiplinler arası ve transdisipliner yaklaşımları tartışan çalışmalar (İnci ve Kaya, 2022) olmasına rağmen, disiplinler ötesi yaklaşımın matematik modelleme sürecine etkisini inceleyen çalışmaların eksik olduğu görülmektedir. Bu bağlamda bu araştırma, disiplinler ötesi yaklaşımla geliştirilen modelleme etkinliklerinin öğrencilerin bilişsel süreçlerine olan katkısını ortaya koyması bakımından önemli bir katkı sağlamaktadır.

Ayrıca bu çalışma disiplinler ötesi bir yaklaşımla matematik ve fen bilimleri dersleri arasında bağlantı kurularak modelleme sürecinin desteklenebileceğini göstermektedir. TYMM öğrencilerin farklı disiplinler arasında anlamlı bağlantılar kurarak problem çözmelerini destekleyen bir öğrenme modeli sunmaktadır (MEB, 2024, s.59). Bu bağlamda, bu çalışma TYMM çerçevesinde disiplinler arası ve disiplinler ötesi modelleme etkinliklerinin önemi konusunda önemli bir katkı sağlamaktadır.

Ayrıca, bu araştırma disiplinler arası ve disiplinler ötesi yaklaşımların, matematik ve fen bilgisi derslerinin entegre edilerek gerçek dünya problemleriyle bütünleşmesini desteklediğini göstermektedir. TYMM’nin disiplinler arası ilişkileri vurgulayan eğitim anlayışı ile uyumlu olarak, bu çalışma matematik eğitiminde modelleme etkinliklerinin sistematik bir şekilde uygulanmasının önemi konusunda bir örnek oluşturmaktadır. Bu araştırmanın bulgularına dayanarak, matematik eğitimi ve modelleme yeterliklerinin geliştirilmesi için aşağıdaki öneriler sunulmaktadır.

1. Modelleme Oluşturma Etkinlikleri (MOE) matematik derslerinde diğer disiplinlerde işlenen ortak temalarla ilişkili olacak şekilde planlanmalıdır. Gerçek dünya problemleri ve disiplinler arası bağlantılar, matematiksel modelleme etkinliklerinin öğrencilere daha anlamlı gelmesini sağlayabilir.
2. MOE’lerin bağlamsal içeriği disiplinler arası temalarla desteklenmeli, öğrencilerin matematik bilgisini farklı bağlamlarda kullanabilmesine olanak tanımalıdır.
3. TYMM çerçevesinde, disiplinler arası bütünleşik yaklaşıma dayalı modelleme etkinliklerinin eğitim sistemine entegrasyonu desteklenmelidir.
4. MOE’lerin eğitim sistemine entegre edilmesi için öğretmenlerin ders planlarını oluştururken disiplinler arası iş birliklerini belirlemeleri gerekmektedir.
5. MEB’in dijital eğitim platformları aracılığıyla, MOE’lerin sınıf seviyelerine göre kategorize edilerek öğrencilere açık erişimli olarak sunulması önerilmektedir.

Bu öneriler, TYMM’nin disiplinler arası ilişkileri güçlendirme hedefiyle uyumlu olarak, matematik öğretiminde modelleme etkinliklerinin yaygınlaştırılmasının önemi vurgulanmaktadır.

## KAYNAKLAR

Altun, M. (2012). *Matematik Öğretimi*. Bursa: Alfa Aktüel Yayınları.

Blum, W., & Leiss, D. (2007). How do students and teachers deal with modeling problems? The example "Sugarloaf" and the DISUM project. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modeling (ICTMA 12): Education, engineering and economics* (pp. 222-231). Horwood Publishing.

Blum, W., & Ferri, R. B. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.

Blum, W., & Kaiser, G. (1997). *Vergleichende empirische untersuchungen zu mathematischen anwendungsfähigkeiten von englischen und deutschen Lernenden*. Unpublished application to Deutsche Forschungsgesellschaft.

Blum, W., Galbraith, P., Henn, H. W., & Niss, M. (2007). *Modelling and applications in mathematics education*. New York: Springer.



Borromeo Ferri, R. (2018). Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education. Retrived from <https://www.springer.com/gp/book/9783319680712>

Chamberlin, S. A., & Moon, S. M. (2005). Model-eliciting activities as a tool to develop and identify creatively gifted mathematicians. *Journal of Secondary Gifted Education*, 17(1), 37-47.

Czarnocha, B., & Maj, B. (2008). A teaching experiment. In B. Czarnocha (Ed.), *Handbook of mathematics teaching research – A tool for teacher-researchers* (pp. 47–58). University of Rzeszów.

Çiltaş, A., & Yılmaz, K. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının teoremlerin ifadeleri için kurmuş oldukları matematiksel modeller. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 2(2), 107-114

Çoksöyler, N., & Bozkurt, A. (2021). Bilişsel perspektif bağlamında matematiksel modelleme süreci: Altıncı sınıf öğrencilerinin deneyimleri. *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 52, 480–502.

Drake, S. M., & Burns, R. C. (2004). *Meeting standards through integrated curriculum*. ASCD.

English, L. D (2016). STEM education K-12: Perspectives on integration. *English International Journal of STEM Education* 3 (3). DOI 10.1186/s40594-016-0036-1

Erbaş, A. K., Kertil, M., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., Alacalı, C., & Baş, S. (2014). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme: Temel kavramlar ve farklı yaklaşımlar. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 14(4), 1-21.

Ferri, R. B. (2006). Modelleme sürecinde fazların teorik ve ampirik farklılaşmaları. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38, 86–95. <https://doi.org/10.1007/BF02655883>

İnci, S., & Kaya, V. H. (2022). Eğitimde multidisipliner, disiplinlerarası ve transdisipliner kavramları. *Milli Eğitim Dergisi*, 235, 2757–2772.

Eurydice. (2011). *Mathematics education in Europe: Common challenges and national policies*. Education, Audiovisual and Culture Executive Agency.

Kaufman, D., Moss, D. M., & Osborn, T. A. (2003). *Sınırların ötesinde: Öğrenme ve öğretmeye disiplinlerarası bir yaklaşım*. Praeger.

Küçük, B., Kahraman, S., & İşleyen, T. (2013). Öğretmen adaylarının matematiğe karşı tutumlarının incelenmesi. *Gaziantep University Journal of Social Science*, 12(1), 178-195.

Lesh, R., & Yoon, C. (2004). Evolving communities of mind: In which development involves several interacting simultaneously developing strands. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 205-226.

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 113-142. <https://doi.org/10.1007/BF02655885>

Max-Neef, M. A. (2005). Foundations of transdisciplinarity. *Ecological Economics*, 53(1), 5-16. <https://doi.org/10.1016/j.ecolecon.2005.01.014>

Millî Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018). *Matematik dersi öğretim programı*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Millî Eğitim Bakanlığı. (2018). *Fen bilimleri dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Millî Eğitim Bakanlığı, Temel Eğitim Genel Müdürlüğü.

Millî Eğitim Bakanlığı. (2024). *Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli öğretim programları ortak metni*. Millî Eğitim Bakanlığı.

Nicolescu, B. (2002). *Manifesto of transdisciplinarity*. SUNY Press.

OECD. (2018). *The future of education and skills 2030: Conceptual learning framework*. OECD Publishing. Retrieved from <https://static1.squarespace.com/static/5e26d2d6fcf7d67bbd37a92e/t/5e411f365af4111d703b7f91/1581326153625/Education-and-AI.pdf>

Papageorgiou, G. (2009). *The effect of mathematical modeling on students' affect* [Unpublished master's thesis]. Universiteit van Amsterdam.

Pohl, C., & Hadorn, G. H. (2008). Methodological challenges of transdisciplinary research. *Natures Sciences Sociétés*, 16(2), 111-121. <https://doi.org/10.1051/nss:2008035>

Tekin-Dede, A., & Bukova-Güzel, E. (2018). A rubric development study for the assessment of modeling skills. *The Mathematics Educator*, 27(2), 33-72.

Tekin-Dede, A. (2015). *Matematik derslerinde öğrencilerin modelleme yeterliklerinin geliştirilmesi: Bir eylem araştırması* (Yayın No. 395238) [Doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi]. Yükseköğretim Kurulu Tez Merkezi. <https://tez.yok.gov.tr>

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2022). Eğitimde multidisipliner, disiplinlerarası ve transdisipliner kavramları. *Milli Eğitim Dergisi*, 235, 2757-2772.

Yoon, C., Dreyfus, T., & Thomas, M. O. J. (2010). How high is the tramping track? Mathematizing and applying in a calculus model-eliciting activity. *Mathematics Education Research Journal*, 22(2), 141-157. <https://doi.org/10.1007/BF03217571>

Wang, H. (2012). *A new era of science education: Science teachers' perceptions and classroom practices of science, technology, engineering, and mathematics (STEM) integration* [Unpublished doctoral dissertation]. University of Minnesota.

Wang, H. H., Moore, T. J., Roehrig, G. H., & Park, M. S. (2011). STEM integration: Teacher perceptions and practice. *Journal of Pre-College Engineering Education Research*, 1(2), Article 2. <https://doi.org/10.5703/1288284314636>

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (9. baskı). Seçkin Yayıncılık.